INMUNIDAD FINANCIERA BORROSA,
UNA HERRAMIENTA PARA LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN

María Antonia Artola (1); Mariano Morettini (2); Germán Blanco (3)

Universidad Nacional de Mar del Plata; Argentina

(1) Blas Parera 841, Mar del Plata. Tel. +542234712103. martola@mdp.edu.ar

(2) Dorrego 773 2do.B. Mar del Plata. Tel. +542234757411. Fax +542234750377 mariano.morettini@gmail.com

(3) Garay 2757, Mar del Plata. Tel. +54223 .white_german@hotmail.com

Resumen

La evaluación de proyectos de inversión es una de las tareas más significativas de las organizaciones modernas que exige a quienes las dirigen una gran capacidad de análisis. En la literatura específica se pueden encontrar varias herramientas para poder realizar dicha evaluación de un modo racional; entre ellas, podemos mencionar como más representativas y utilizadas, al modelo del valor actual neto (*VAN*) y al de la tasa interna de retorno (*TIR*), las cuales no están exentas de problemáticas y cuestionamientos diversos.

Para solucionar estos inconvenientes, el catedrático Alfonso Rodriguez propone un método sustituto al de la *TIR*, abordando el tema de la evaluación de proyectos desde una perspectiva diferente.

Sin embargo, en ninguno de los métodos mencionados se utilizan herramientas propias de la matemática de la incertidumbre para su determinación, forzando decisiones con herramientas derivadas de la Estadística (que es apropiada para contextos de riesgo). Considerando que en todo proyecto de evaluación existe incertidumbre en una o varias de las variables intervinientes: en la determinación futura de los flujos, tanto ingresos como egresos, en la tasa de descuento, en el momento de efectivización de los flujos, etc., una importante cantidad de estudiosos han ideado mecanismos para mejorar estos modelos, reexpresándolos mediante el uso de matemática borrosa que da excelentes resultados en la toma de decisiones, tanto de ordenamiento como de selección, generalmente sin conflicto entre ambos mecanismos (*VAN* vs. *TIR*).

El propio Alfonso Rodriguez manifiesta, para su método, que *"Pendiente de contrastación se hallan posibles resultados derivados de la aplicación a este análisis de la Matemática borrosa"* (Rodríguez, 1994;2).

El objetivo de este trabajo es presentar la incorporación de la Matemática borrosa a éstos métodos y realizar comparaciones metodológicas que redunden en beneficio de un análisis más adecuado de los proyectos de inversión.

Palabras clave

modelos de gestión – decisiones financieras – inmunidad financiera – incertidumbre – matemática borrosa

Códigos JEL: C6; C4; G1

INMUNIDAD FINANCIERA BORROSA,
UNA HERRAMIENTA PARA LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN

Resumen

La evaluación de proyectos de inversión es una de las tareas más significativas de las organizaciones modernas que exige a quienes las dirigen una gran capacidad de análisis. En la literatura específica se pueden encontrar varias herramientas para poder realizar dicha evaluación de un modo racional; entre ellas, podemos mencionar como más representativas y utilizadas, al modelo del valor actual neto (*VAN*) y al de la tasa interna de retorno (*TIR*), las cuales no están exentas de problemáticas y cuestionamientos diversos.

Para solucionar estos inconvenientes, el catedrático Alfonso Rodriguez propone un método sustituto al de la *TIR*, abordando el tema de la evaluación de proyectos desde una perspectiva diferente.

Sin embargo, en ninguno de los métodos mencionados se utilizan herramientas propias de la matemática de la incertidumbre para su determinación, forzando decisiones con herramientas derivadas de la Estadística (que es apropiada para contextos de riesgo). Considerando que en todo proyecto de evaluación existe incertidumbre en una o varias de las variables intervinientes: en la determinación futura de los flujos, tanto ingresos como egresos, en la tasa de descuento, en el momento de efectivización de los flujos, etc., una importante cantidad de estudiosos han ideado mecanismos para mejorar estos modelos, reexpresándolos mediante el uso de matemática borrosa que da excelentes resultados en la toma de decisiones, tanto de ordenamiento como de selección, generalmente sin conflicto entre ambos mecanismos (*VAN* vs. *TIR*).

El propio Alfonso Rodriguez manifiesta, para su método, que *"Pendiente de contrastación se hallan posibles resultados derivados de la aplicación a este análisis de la Matemática borrosa"* (Rodríguez, 1994;2).

El objetivo de este trabajo es presentar la incorporación de la Matemática borrosa a éstos métodos y realizar comparaciones metodológicas que redunden en beneficio de un análisis más adecuado de los proyectos de inversión.

Palabras clave

modelos de gestión – decisiones financieras – inmunidad financiera – incertidumbre – matemática borrosa

Códigos JEL: C6; C4; G1

INTRODUCCIÓN

Una adecuada gestión de activos y pasivos llevará a la empresa a un punto de equilibrio, haciendo máximo el beneficio y, en consecuencia, la riqueza del accionista. Definiendo en consecuencia, que el objetivo general de toda empresa consiste en:

> *... la maximización de la misma para sus accionistas, es decir, la maximización del valor de mercado de sus acciones.* (Suárez Suárez, 1996:35)

Al respecto cabe agregar que cualquier gestión empresarial no puede dejar de anticiparse al futuro, caso contrario desaprovechará oportunidades. Esta anticipación requiere lograr una adecuada estructura con la finalidad de concretar un correcto mecanismo de toma de decisiones en toda la actividad de gestión mediante el uso de variadas herramientas, permitiendo establecer sistemas de información y control que proporcionen una mejor adaptación al entorno, de manera rápida y eficiente.

Con el presente trabajo se pretende complementar un tema de suma importancia para las organizaciones como es la evaluación de proyectos de inversión, tratando de mejorar los modelos tradicionales, principalmente en contextos de incertidumbre, favoreciendo su procedimiento, sincerando el análisis, optimizando el resultado final que es la ***toma de una decisión***.

Las decisiones de inversión constituyen el estudio imprescindible para lograr conseguir empresas exitosas. Ello se debe a que absorben cantidades importantes de efectivo hoy, que implican consecuencias a mediano y largo plazo, condicionando el desempeño organizacional durante varios años.

Entonces, dentro de la gestión empresarial, la evaluación de proyectos de inversión es una de las tareas más significativas de las organizaciones modernas que exige a quienes las dirigen una gran capacidad de análisis. En la literatura específica se pueden encontrar varias herramientas para poder realizar dicha evaluación de un modo racional; entre ellas, podemos mencionar como más representativas y utilizadas, al modelo del valor actual neto (*VAN*) y al de la tasa interna de retorno (*TIR*).

Los cuestionamientos percibidos al analizar la bibliografía sobre los modelos tradicionales, *VAN* y *TIR*, principalmente considerando las desventajas que mencionan, llevan a plantear las siguientes problemáticas:

- El *VAN* determina una rentabilidad absoluta, es decir indica el incremento o disminución de un capital, planteando dicha rentabilidad mediante una tasa exógena o extrínseca introducida por el evaluador, lo que implica subjetivismo, siendo generalmente la tasa de interés esperada para inversiones de igual riesgo. Esto significa que los flujos positivos se reinvierten a esa tasa, situación incorrecta, que puede salvarse colocándolos a diferente interés, obteniendo un *VAN modificado.* Por otra parte, no permite comparar proyectos con diferente espacio temporal, lo que puede salvarse trasladando el de menor vida a la del otro, de forma tal que la duración de uno sea múltiplo de la del otro; o bien valuar ambos considerando una duración común donde: $n \to \infty$. Otro inconveniente es la comparación de proyectos con diferente inversión inicial, para lo cual existen diferentes soluciones que permiten determinar un *VAN* homogeneizado.

- La *TIR* determina una rentabilidad relativa, representada por un tanto de interés endógeno o intrínseco propio del proyecto. El problema es cuando se producen múltiples tasas en proyectos no simples, con flujos alternados entre positivos y negativos. Además tiene como supuesto que los ingresos del proyecto se reinvierten a la *TIR* y los egresos se financian a la *TIR*, ambas situaciones incorrectas, lo que puede solucionarse calculado diferentes tasas para ingresos y egresos, determinando una *TIR modificada.*
- En ninguno de los métodos mencionados se utilizan herramientas propias de la matemática de la incertidumbre para su determinación, forzando decisiones con herramientas derivadas de la Estadística (que es apropiada para contextos de riesgo). Considerando que en todo proyecto de evaluación existe incertidumbre en una o varias de las variables intervinientes: en la determinación futura de los flujos, tanto ingresos como egresos, en la tasa de descuento, en el momento de efectivización de los flujos, etc., una importante cantidad de estudiosos han ideado mecanismos para mejorar estos modelos, reexpresándolos mediante el uso de matemática borrosa que da excelentes resultados en la toma de decisiones, tanto de ordenamiento como de selección, generalmente sin conflicto entre ambos mecanismos (*VAN* vs. *TIR*).

Para solucionar los problemas que plantean los modelos tradicionales se pensó la conveniencia de analizar el tratamiento dado por el catedrático Alfonso Rodríguez, a las operaciones que denomina "de Inversión", propuesta que considera como el mejor reemplazo de la *TIR* (por estimar que ésta tiene algunos errores conceptuales al establecer que no mide rentabilidad).

Considerando la importancia que las valoraciones económicas están tomando en toda organización, se genera una creciente necesidad de incorporar en sus modelos de gestión conceptos relacionados al cálculo financiero modernizado, dando paso a nuevas ideas sobre:

- ✓ Influencia de la magnitud tiempo, que va más allá de la idea: dinero-liquidez.
- ✓ Valor económico determinado por la disponibilidad efectiva temporal de una cantidad de dinero, medible por el diferimiento necesario para su recuperación.
- ✓ Equivalencia financiera presente en los mercados.

Estas concepciones generan el objeto de estudio de la matemática de la financiación, el que se complementa con la matemática de la inversión cuando pasan a analizar conceptos tales como: preferencias, rendimientos o rentabilidades, estando su modelización actual excluida de la incertidumbre por considerarla no matematizable.

Con el propósito de revertir esta última idea sobre la relación existente entre la gestión empresarial con la toma de decisiones en contextos inciertos, es que se ha intentado complementar la propuesta del catedrático mencionado, por considerar que deja una puerta abierta al expresar en su texto, *"Inmunidad Financiera"*, que: *"Pendiente de contrastación se hallan posibles resultados derivados de la aplicación a este análisis de la Matemática borrosa"* (Rodríguez, 1994;2).

Para este autor el uso de la *TIR* induce a una confusión conceptual entre rendimiento e interés, considerando que aquellos que la utilizan dan a esta herramienta la finalidad de ser una medida de rentabilidad, cuando realmente tiene el carácter de interés implícito, que contiene la acumulación propia del régimen de capitalización a interés compuesto. Fundamentando su postura estableciendo las siguientes diferencias:

- ✓ El interés es un precio que el mercado da al dinero en retribución de liquidez cedida, se define en condiciones de *equilibrio* de manera externa y exógena a la inversión, siempre toma valores positivos.
- ✓ En rendimiento, por el contrario, es una magnitud interna a la inversión que se fija en condiciones de *desequilibrio*, por lo tanto su naturaleza es endógena y marginal, puede tomar valores positivos o negativos.

Finalmente se pretende adecuar su propuesta para un contexto de incertidumbre, utilizando la Matemática Borrosa, bajo el supuesto de análisis de operaciones de inversión en contextos con escasa o nula información, es decir inciertos, para que dicho modelo sea una verdadera herramienta de gestión.

Para cumplimentar dicho propósito, se describirá brevemente el modelo en situación de certeza para luego adaptarlo al considerar incertidumbre en alguna de las variables de análisis incorporada y, posteriormente, desarrollar un caso práctico sencillo que permita valuar sus resultados en confrontación con las herramientas tradicionales (*VAN o TIR*), expresando las conclusiones sobre la mejora o no, enfocado el análisis a la toma de decisiones, que es el principal objetivo de la presente propuesta.

I. CONSIDERACIONES PREVIAS

I.1. ¿QUÉ SIGNIFICA INMUNIZACIÓN FINANCIERA?

La Teoría de la inmunización financiera está sustentada en la formación de una cartera de títulos cuyo valor no se vea afectado por los cambios en los tipos de interés, existirán menores riesgos cuando los tipos de interés están más concentrados, o menos dispersos.

Dentro de esa teoría, el concepto inmovilización implica determinar cuánto tiempo deberá mantenerse un capital para obtener determinado rendimiento, encontrándose definido por un vector formado por cuantía y plazo, donde lo importante es ese plazo.

Para determinar la inmovilización se utilizará el concepto financiero de diferimiento medio, también conocido como tiempo medio, es aquel que hace que una serie de capitales colocados a diferentes tiempos a una misma tasa produzcan el mismo capital (ya sea actual o final, dada su equivalencia financiera), lo llamaremos Plazo Financiero Medio (*PFM*). Se diferencia de la Duration (*DUR*) en la consideración de los valores actuales, no simplemente de las cuantías

Finalmente, para su determinación se utilizará la tasa de capitalización continua, siendo aquella en la que la frecuencia de capitalización tiende a infinito, lo que es lo mismo que decir que el período de capitalización tiende a cero, matemáticamente se corresponde al límite de una tasa nominal y por lo tanto tiene su mismo tratamiento en el campo continuo, es decir es una tasa nominal.

I.2. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE UNA OPERACIÓN FINANCIERA DE INVERSIÓN *OFI*

Para clarificar el análisis, cuando una propuesta de inversión tiene ingresos y egresos, puede hacerse un paralelismo con los Estados Contables, en los cuales los activos representan bienes de diferente tiempo de realización (inmovilizados, circulante, deudores, efectivo), que serían nuestros “ingresos”. Mientras que los pasivos indican compromisos con distintos plazos de exigibilidad, que podrían entenderse como “egresos”.

La principal diferencia es que los Estados Contables no reflejan el principio de homogeneidad financiera, ya que se suman “bienes y deudas” de diversas inmovilizaciones, cuyas sumas (Total de Activo y Total de Pasivo) representan valores monetarios, no valores financieros, y en un estado de equilibrio.

Por el contrario la liquidez o exigibilidad se mide por su diferimiento en el tiempo, lo que se corrige mediante el interés y se desarrolla en un estado de desequilibrio.

El valor actual homogeniza artificialmente, por ejemplo en los Estados Contables no representa la liquidez de los activos en el momento cero, ya que no existe la realización inmediata de todos los bienes. Realmente se requiere de una ley financiera que pueda medir las relaciones de sustitución, es decir un capital financiero actualizado, que tiene menor cuantía y mayor liquidez (diferimiento cero) puede ser considerado equivalente a su original diferido, aunque no necesariamente su reemplazo requiera mantener su sentido monetario y su liquidez.

En conclusión, un capital financiero está representado por un vector binario complejo, donde sus componentes con magnitudes diferentes, en cuantía y tiempo de diferimiento, para poder expresarlos se recurre al álgebra vectorial mediante la reducción financiera, utilizando para ello el concepto de plazo o vencimiento medio financiero.

De esta forma una operación compleja, se reduce en una simple y se la puede definir simbólicamente de la siguiente manera, donde las dos primeras componentes representan la inmovilización financiera, cuantía y diferimiento y la última es la proyección del vector, que permite la determinación del rendimiento: $\vec{I} \equiv (\mathbf{C}, \mathbf{t}, \mathbf{C}')$ y su representación gráfica sería:

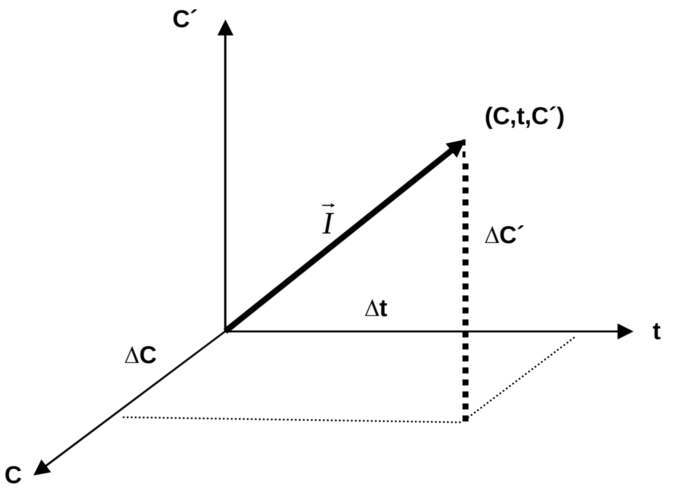

Ilustración 1 - Vector de una operación financiera (elaboración propia)

Entonces, una *OFI* depende de un análisis marginal, es decir pretende un rendimiento marginal excedente (que supere el costo). No se somete a las leyes de mercado, pero son su referencia para valorar el desequilibrio marginal.

En éstas "*… el sujeto participa activamente en el plan económico, compartiendo o asumiendo íntegramente la titularidad*", es decir "*… la renta del inversor se distingue siempre de la renta del ahorro por su carácter diferencial o marginal, no siendo ya la retribución a un factor, sino el premio al acierto del plan inversos y la compensación por su riesgo*" (Rodríguez (1), 1994:6).

La importancia de este análisis reside en la necesidad de reconocer el efecto, de refinanciación o de reinversión, producido por el mantenimiento o incorporación de intereses o rendimientos devengados (no exigibles).

Esto conlleva a un análisis dinámico-continuo, que no debe confundirse con la noción de capitalización continua, e implica definir el concepto de plazo medio para operaciones complejas, y de esta forma establecer adecuadamente rendimientos relativos.

En lo pertinente a las *OFI*, se pueden identificar dos características:

- ✓ la inmovilización, que representa el esfuerzo del inversor y es la base para la determinación de tasas de interés y rendimientos propios, y
- ✓ el rendimiento, representado por el resultado propiamente dicho de dicho esfuerzo.

El análisis financiero se fundamenta en la existencia la valuar la liquidez que surge de un diferimiento en la disponibilidad de un capital, ya sea mediante la determinación de grados de preferencia o de su valoración propiamente dicha.

El análisis convencional actual prescinde de la inmovilización, surgiendo de esta manera la aplicación de una herramienta muy poderosa conocida como *VAN*, que representa el análisis del rendimiento absoluto de un flujo futuro de ingresos, frente a una inversión actual.

En cambio, el análisis de inmovilización considera que las inversiones se ven afectadas por la dispersión, o volatilidad, de las tasas de interés, buscando un efecto inmunizatorio de tal afectación.

I.3. UN CASO PRÁCTICO QUE CLARIFICA EL ANÁLISIS

Supuestos del modelo:

1. se considerará un ambiente simple estacionario, es decir constante en cuanto a la consideración del precio financiero, ley financiera única con precio financiero constante
2. esto no significa que no se utilizará un sistema de tasas dinámico, pero quedará reducido a un modelo simple mediante el *PFM*

Estimaciones de ingresos y egresos de un proyecto de inversión:

Período	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Ingresos		2800	1400				1400
Egresos	1400			1400	1680	1960	

A partir de esos datos se obtienen los siguientes parámetros de la *OFI*, que representan las características generales de la operación.

Nombre	**Simbología**	**Calculo**
Cuantía agregada de ingresos	$C = \sum_{t=1}^{n} C_t$	$5600 = 2800 + 1400 + 1400$
Representa la suma nominal de los ingresos, es decir el total de ingresos provenientes de la inversión		
Cuantía agregada de egresos	$C' = \sum_{s=1}^{m} C'_s$	$6440 = 1400 + 1400 + 1680 + 1960$
Representa la suma nominal de los egresos, es decir el total de egresos erogados para desarrollar la inversión		
Constante	$k = \ln \frac{C'}{C}$	$0.139762 = \ln \frac{6440}{5600}$
Representa la tasa efectiva del plazo total, es decir aquella que necesita el "total de ingresos" para convertirse en el "total de egresos", se determina despejando de la siguiente expresión: $C' = Ce^k$.		

Parámetro β	$\beta =$ $= \frac{\sum C'_s s}{C'} -$ $\frac{\sum C_t t}{C}$	$0.7174 =$ $= \frac{1400\cdot 0 + 1400\cdot 3 + 1680\cdot 4 + 1960\cdot 5}{6440} -$ $\frac{2800\cdot 1 + 1400\cdot 2 + 1400\cdot 6}{5600}$
Representa el valor del *PFM* cuando la tasa es cero, ya que en ese punto se produce una indeterminación con este valor se logra la continuidad de la función		
Asíntotas 1. derecha 2. izquierda	$A = T'_1 - T_1$, es período del primer egreso, menos el período del primer ingreso $B = T'_m - T_n$, es el período del último egreso menos el período del último ingreso	$A = 0 - 1 = -1$ $B = 5 - 6 = -1$
Representan los valores que no van a alcanzar ni a derecha ni a izquierda, tanto el *PFM* como la *DUR* y son horizontales, en este caso es un valor único -1		
Óptimo del *PFM*	$t(\delta) = d(\delta)$	0.7368, es el valor de la función para una tasa del 0.0946143 efectivo o del 0.0904021 continuo
Representa el valor donde la *duration - DUR* se iguala al *plazo financiero medio - PFM*, se lo considera un óptimo porque si bien ambas funciones tienen similar comportamiento la primera es menos dispersa, como puede visualizarse fácilmente en el gráfico.		
Tasas de degeneración	$\frac{1}{\delta}\left(k - \ln\frac{V'_0}{V_0}\right) = 0$	$\delta = -0.560040 \rightarrow i = -0.428814$ y $\delta = 0.91592 \rightarrow i = 1.499073$ Siendo: $i = e^{\delta} - 1$
Representan las tasas que hacen el *PFM* nulo, es decir es la intersección de la función con el eje abscisas. Más importante sería destacar que a tasas mayores que las determinadas la inmovilización se convertirían en liquidez, es decir cuando el *PFM* es negativo, e implica que se trata de una *OFI* degenerada. En nuestro ejemplo se trata de una *OFI* estricta. En la expresión los símbolos representan: V'_0 es el valor actual de los egresos y V_0 es el valor actual de los ingresos a una determinada tasa continua		
Tasas implícitas		$\delta = -0.706174 \rightarrow i = -0.506471$, $\delta = 0.19632 \rightarrow i = 0.216916$ y $\delta = 0.723868 \rightarrow i = 1.062396$
Representan las *TIRs* múltiples que resuelven esta *OFI*, es este caso son tres porque hay tres cambios de signos en los capitales a lo largo del plazo de evaluación. Por ejemplo, la función específica del Excel da como solución viable únicamente la segunda de estas tasas, elimina la negativa y la última por ser la mayor		
Tasas de inmunización 1. que hacen nula la *DUR* 2. *TFR*, tasa financiera de rentabilidad del plazo óptimo 3. *TFRN* tasa financiera de rentabilidad neta		1. $\delta = -0.286408 \rightarrow i = -0.249044$ y $\delta = 0.455251 \rightarrow i = 0.576569$ 2. $\delta = 0.090407 \rightarrow i = 0.09462$ 3. $\delta = 0.541051 \rightarrow i = 0.717812$

Representan cada una de estas tasas: 1. los límites para obtener una *DUR* positiva 2. una tasa nominal de rendimiento para el plazo óptimo 3. una tasa financiera de rentabilidad neta, su valor fue determinado por el programa que acompaña el libro.

Tabla 1 - Características principales de una *OFI* (elaboración propia)

Muchas de estos parámetros son fácilmente identificables a través de la representación gráfica de las siguientes funciones relacionadas, cuya función de cálculo sería:

- *PFM*, $t = T' - T = \frac{1}{\delta}\ln\frac{C'}{V'_0} - \frac{1}{\delta}\ln\frac{C}{V_0} = \frac{1}{\delta}\left(\ln\frac{C'/V'_0}{C/V_0}\right) = \frac{1}{\delta}\left(\ln\frac{C'}{C} - \ln\frac{V'_0}{V_0}\right) \Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{\delta}\left(k - \ln\frac{V'_0}{V_0}\right)}$
- *DUR*, $d(\delta) = \frac{\sum C'_r T'_r e^{T'_r}}{\sum C'_r e^{T'_r}} - \frac{\sum C_r T_r e^{T_r}}{\sum C_r e^{T_r}}$
- la hipérbola (*HIP*), $H(\delta) = \frac{k}{\delta}$ y
- la desviación (*DES*), $\Delta(\delta) = t(\delta) - H(\delta) = \frac{1}{\delta}\left(k - \ln\frac{V_0'}{V_0}\right) - \frac{k}{\delta} = -\frac{1}{\delta}\ln\frac{V_0'}{V_0} = \frac{\Gamma}{\delta}$.

Su interpretación se presenta a continuación:

1. La función *PFM* en más dispersa que la *DUR*.
2. Las funciones *PFM* y *DUR* se igualan en dos puntos:
   - uno es cuando la tasa es cero, conocido como parámetro β con un valor para las funciones de 0.7364.
   - el otro es considerado *PFM óptimo* que establece la *TFR*, una de las tasas de inmunización, cuyos valores son: 0.7368 y 0,0946 efectivo, respectivamente. Esta tasa es la que indica "productividad", relación entre rendimiento y cuantía de los factores de la producción.
3. La intersección del *PFM* con el eje de abscisas muestra las tasas de degeneración, que marcan las zonas inmunidad (rentabilidad), para los valores -0.4288 y 1.4991 efectivo.
4. La intersección de la *DUR* con el eje de abscisas que marca la positividad de esta función, representadas por los valores: -0.2490 y 0.5766 efectivo, también son tasas de inmunización que indican rentabilidad, ya que al ser una función más concentrada ambos valores están en la zona indicada en el punto anterior.
5. Las tasas implícitas (*TIRs*) pueden observarse en la intersección de la función *DES* con el eje de abscisas, en el ejemplo tienen los valores: -0.5065, 0.2169 y 1.064 efectivo. También pueden verse en la igualación de las funciones *PFM* y *HIP*.

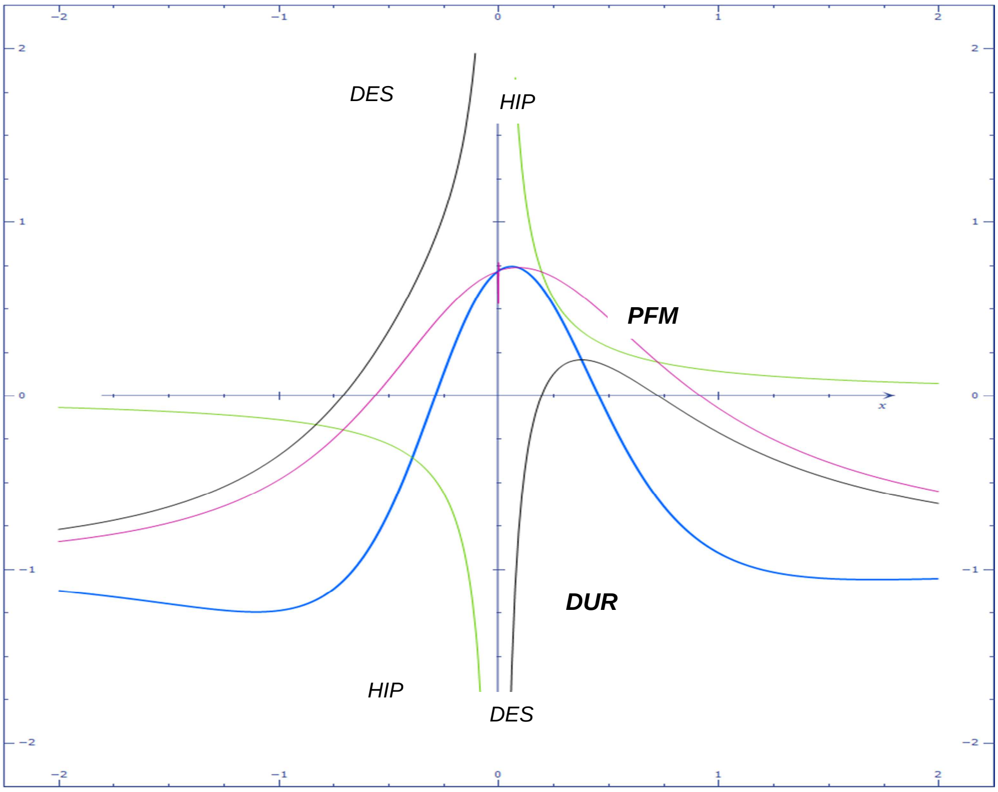

Ilustración 2 - Representación gráfica de las funciones básicas *PFM, y DUR,* y complementarias *HIP y DES* de la operación financiera (elaboración propia)

I.4. VENTAJAS DE LA PROPUESTA

Mediante el caso analizado, para datos en condiciones de certeza donde las cuantías se han definido como valores ciertos, este modelo presenta las siguientes ventajas expresadas de manera simplificada:

1. permite la determinación de verdaderas tasas de rendimiento
2. produce una mejor selección de alternativas de proyectos de valuación, principalmente cuando del análisis tradicional surgen *TIRs* múltiples (además de su discusión de si las mismas son tasas de interés o de rendimiento), ya que aporta una solución óptima única.

II. INCORPORACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN LAS CUANTÍAS

Frente a un problema en condiciones de certeza, los directivos de una organización se comportan como si tuvieran información completa, es decir se relaciona un único estado de la naturaleza con cada curso alternativo de acción. Estos criterios de decisión son usados para seleccionar una y solo una de las alternativas que se presentan en el ámbito operativo, donde el horizonte de planeamiento es acotado, o cuando se ejerce la influencia suficiente como para controlar el escenario de desarrollo.

En cambio si la decisión es tomada en niveles estratégicos, el horizonte de planeamiento se expande y por lo tanto desaparece la situación de certeza, esto significa que ya no existe una relación unívoca entre las distintas alternativas que se le presentan al decididor y sus resultados. Es decir, se presentan varios estados de la naturaleza a los que se podrá asociar una probabilidad de ocurrencia, objetiva o subjetiva según su forma de cálculo, definiéndose las decisiones en contextos de riesgo, donde la probabilidad es una medida del grado de confianza que una persona tiene en la veracidad de un planteo dado para lo cual se requiere información de la magnitud bajo decisión.

Muchas veces en el ámbito estratégico, el individuo debe tomar decisiones en un contexto en el que son escasas o nulas las situaciones repetitivas o la información que pueda tenerse de las mismas. En estos casos la incertidumbre no significa, necesariamente, ausencia de información, sino negación de certeza, incluso la falta de asociación a los distintos estados de la naturaleza de probabilidades de presentación pues las mismas no existen o no son conocidas por quien decide.

En estos ambientes inciertos es donde la matemática borrosa puede ser utilizada como complemento de las herramientas aplicables para la solución de problemas, con la finalidad de sincerar la información y mejorar consecuentemente la toma de decisiones.

Para comenzar con el análisis de problemas de decisión donde los datos se desarrollan en contextos inciertos se agregará un caso de aplicación definiendo las magnitudes como intervalos de confianza - IdeC, herramienta más sencilla para mostrar incertidumbre, que contengan el valor de certeza para poder comparar los resultados obtenidos con lo resuelto hasta el momento.

La finalidad es determinar si la incorporación de la borrosidad en la definición, en este caso de las cuantía, acarrea beneficios al modelo, dando una visión de la problemática más sincera al momento de tomar la decisión.

La hipótesis inicial que se supone, al incorporar de la incertidumbre al modelo, es que traería la mejora de determinar un área de inmunización financiera, donde se diera el óptimo, lo que implica una zona donde los valores de tasas permiten una solución y no un único valor de tasa, donde se da la misma.

En definitiva, se expondrá el mismo ejemplo tomado en certeza, pero expresado en unidades borrosas, IdeC, mostrando la gráfica de los resultados obtenidos.

5.1. DATOS ADECUADOS A UN AMBIENTE INCIERTO, MAGNITUDES DEFINIDAS EN INTERVALOS DE CONFIANZA (*IDEC)*

Período	0	1	2	3	4	5	6
Ingresos		[2700,2900]	[1350,1450]				[1300,1500]
Egresos	1400			[1300,1450]	[1600,1750]	[1900,2030]	

La siguiente gráfica muestra el comportamiento de las funciones *PFM* y *DUR*, por considerarlas las más representativas para la toma de decisiones (las otras representan análisis complementarios), puede observarse la existencia de dos (*mínima y máxima*) para cada una de ellas por operar matemáticamente con los límites de los intervalos y de manera completa:

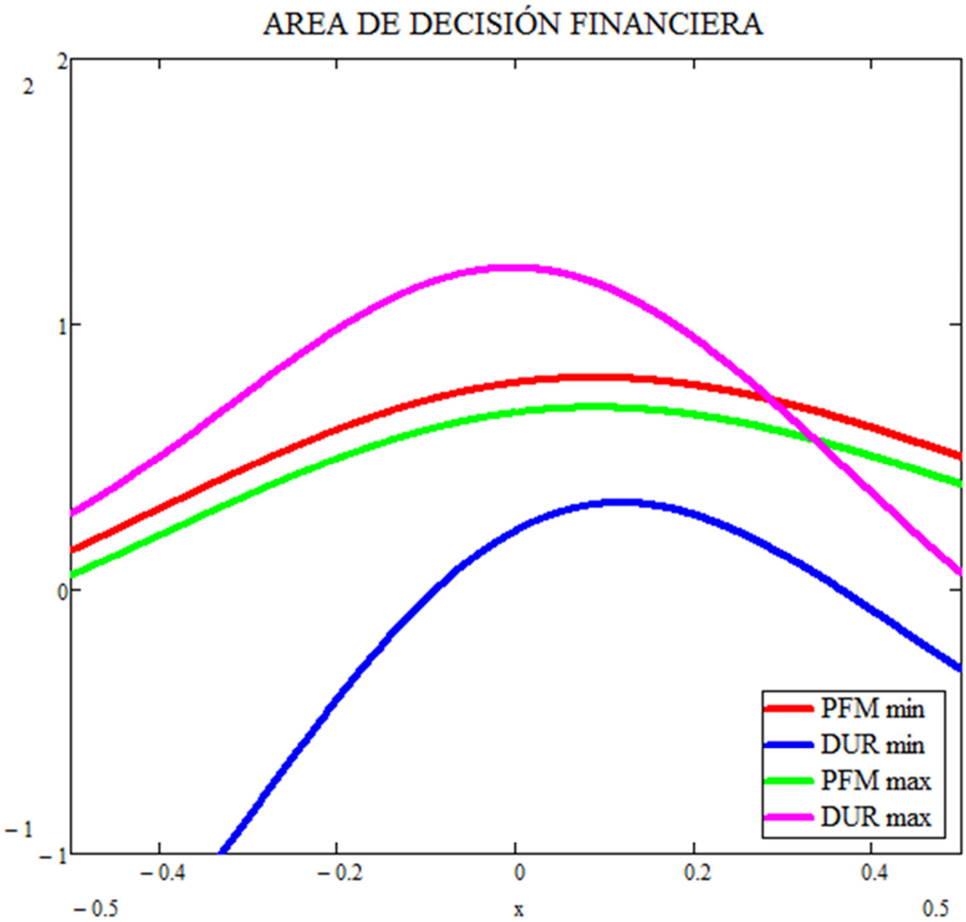

Ilustración 3 - Representación gráfica de las funciones básicas *PFM, y DUR*, máxima y mínima en cada una, de la operación financiera borrosa (elaboración propia)

II.2. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Referencias del gráfico y explicación de sus cálculos:

1. El parámetro k se determinó en función de cada flujo de capitales, considerando que se trata de una resta relacionada y es el valor que da continuidad al *PFM*.
2. La función *verde* corresponde a la gráfica del *PFM máximo*, se graficó mediante la siguiente expresión:

$$t_{máximo} = \frac{1}{\delta}\left(k - \ln\frac{V'_{0mínimo}}{V_{0máximo}}\right) = \frac{1}{\delta}\left(\ln\frac{6200}{5850} - \ln\frac{1400e^{-0\delta}+1300e^{-3\delta}+1600e^{-4\delta}+1900e^{-5\delta}}{2900e^{-\delta}+1450e^{-2\delta}+1500e^{-6\delta}}\right)$$

3. La función roja corresponde a la gráfica del PFM mínimo, graficándose con la siguiente expresión:

$$t_{mínimo}=\frac{1}{\delta}\left(k-\ln\frac{V'_{0máximo}}{V_{0mínimo}}\right)=\frac{1}{\delta}\left(\ln\frac{6630}{5350}-\ln\frac{1400e^{-0\delta}+1450e^{-3\delta}+1750e^{-4\delta}+2030e^{-5\delta}}{2700e^{-\delta}+1350e^{-2\delta}+1300e^{-6\delta}}\right)$$

4. La función *rosa* corresponde a la gráfica de la *DUR máxima*, la que fuera graficada mediante la siguiente expresión.

$$d_{máxima}=\frac{\sum C'_{r-máxima}T_r'e^{T'_r}}{\sum C'_{r-mínima}e^{T'_r}}-\frac{\sum C_{r-mínima}T_re^{T_r}}{\sum C_{r-máxima}e^{T_r}}=$$

$$\frac{1400\cdot 0e^{-0\delta}+1450\cdot 3e^{-3\delta}+1750\cdot 4e^{-4\delta}+2030\cdot 5e^{-5\delta}}{1400e^{-0\delta}+1300e^{-3\delta}+1600e^{-4\delta}+1900e^{-5\delta}}-\frac{2700e^{-\delta}+1350\cdot 2e^{-2\delta}+1300\cdot 6e^{-6\delta}}{2900e^{-\delta}+1450e^{-2\delta}+1500e^{-6\delta}}$$

5. La función *azul* corresponde a la gráfica de la *DUR mínima* y la expresión que permite su gráfica sería la siguiente:

$$d_{mínima}=\frac{\sum C'_{r-mínima}T_r'e^{T'_r}}{\sum C'_{r-máxima}e^{T'_r}}-\frac{\sum C_{r-máxima}T_re^{T_r}}{\sum C_{r-mínima}e^{T_r}}=$$

$$\frac{1400\cdot 0e^{-0\delta}+1300\cdot 3e^{-3\delta}+1600\cdot 4e^{-4\delta}+1900\cdot 5e^{-5\delta}}{1400e^{-0\delta}+1450e^{-3\delta}+1750e^{-4\delta}+2030e^{-5\delta}}-\frac{2900e^{-\delta}+1450\cdot 2e^{-2\delta}+1500\cdot 6e^{-6\delta}}{2700e^{-\delta}+1350e^{-2\delta}+1300e^{-6\delta}}$$

II.3. APORTE AL MODELO TRADICIONAL

Si el óptimo surge de la igualdad entre las funciones *PFM* y *DUR*, se identifica en el gráfico que existen dos puntos, que podría entenderse como un ***área óptima***, si la identificamos con un "***triángulo rectángulo***". Área donde se podría definir la tasa para que el proyecto sea viable.

En conclusión el **área óptima** estaría formada por una figura geométrica con tres vértices definidos como tasas de interés, donde en este caso concreto dos vértices estarían definidos por la misma tasa, considerándolas mínima y máxima, que surgen de la igualdad entre el *PFM máximo y mínimo,* con la *DUR mínima* y que puede informarse mediante el siguiente *IdC*.

En función de la tasa continua: $\text{área óptima}_{(\delta)}=[0,2873;0,3372]$

En función de la tasa efectiva: $\text{área óptima}_{(i)}=[0,3329;0,4010]$

La mejora al modelo es la determinación de un "área" en contraposición a un dato único en aquellas operaciones de inversión que sean definidas en ambientes inciertos, con falta de información total para cualquiera de las variables que la conformen.

La ventaja de definir un "área" para la tasa óptima en que se obtiene un rango de valores para las consideradas tasas inmunizadas que mejor resuelven los problemas de inversión, donde la volatilidad de las mismas es menor y permite sincerar la información para la toma de decisiones en ambientes inciertos.

CONCLUSIONES

Esta propuesta de análisis pretendió enriquecer un modelo objetivo que aporta mejores herramientas de información para que el decidor optimice sus acciones, considerando que el valor monetario de un bien, servicio o cualquier factor productivo, se expresa mediante un valor en unidad de referencia dineraria, normalmente el mercado realiza una valoración objetiva fundamentada en un estado equilibrio financiero, pero generalmente el que debe tomar una decisión debe realizar una valoración paralela, que siempre es subjetiva.

En este caso se ha estudiado una propuesta de mejora a los modelos tradiciones, *VAN* y *TIR*, que al trabajar con activos, ingresos u otro elemento patrimonial se tiende a pensar en “grados de liquidez”, mientras que la incorporación de pasivos o egresos suman al análisis los “grados de exigibilidad”, para ambas nociones se utilizó para medirlo el concepto financiero de plazo medio financiero como medida de valor económico, considerado como tiempo de espera, “diferimiento”, reducido a una unidad líquida y disponible.

El modelo propuesto es una interesante y efectiva solución a las críticas que se hacen a las herramientas tradicionales de análisis, ya que determina una verdadera tasa de rendimientos en las operaciones de inversión, que tienen su basamento en operaciones con desequilibrio, al contrario de las operaciones financieras que tienen su origen en operaciones de equilibrio de mercado. Incluso aporta una solución a problemas surgidos de la evaluación de proyectos con flujos alternados, que originan *TIR múltiples*, al determinar una tasa óptima que tiene características de inmunización, es decir de ser menos dispersas (menos afectadas por la volatilidad del comportamiento de las tasas).

La incorporación de la Matemática Borrosa en los problemas de toma de decisiones en ambientes inciertos, mejora la información que se brinda a los usuarios de la misma, obteniendo un área óptima de resolución de una operación de inversión, aportando un rango de valores para la determinación de la mejor tasa de rentabilidad para dicha operación, por su condición de inmunizada, lo que ***"nos permitirá, a falta de ser más exactos, ser más honestos"***, mejorando la información disponible para la toma de decisiones.

En definitiva, es importante resaltar que el modelo original, planteado en condiciones de certeza, tiene las ya mencionadas ventajas de considerar los grados de exigibilidad de activos y pasivos resultantes de la operatoria comercial que todo proyecto de inversión trae aparejada; y de eliminar la generación de las *TIRs* múltiples. También es necesario reconocer que ambas ventajas son suficientes para convertir a este enfoque en una alternativa mejoradora, o por lo menos complementaria, de los tradicionales métodos de evaluación de proyectos de inversión.

Sin embargo, hay un flanco débil tanto en este abordaje de la temática como en las tradicionales, atento a que todas suponen un escenario de certeza a la hora de definir valores monetarios y demás atributos mensurables, a las variables intervinientes en el análisis, tales como ingresos y egresos que se generarán en el futuro, los que, como resulta lógico, solo pueden ser estimados con un margen de error que está lejos de ser insignificante.

Ante esta situación es dable cuestionarse si el esfuerzo intelectual que de manera impecable traduce en modelos matemáticos un análisis sobre la conveniencia o no de un negocio, no quedaría edificado sobre bases poco sólidas si no se contemplara la incertidumbre inherente a toda estimación sobre comportamientos de variables futuras que de manera alguna son deterministas, con lo que el resultado que arroje semejante análisis tal vez difiera significativamente de la realidad.

Ahora bien, la respuesta a este planteo consideramos que proviene de la utilización de la matemática borrosa, con cuya aplicación obtenemos flujos de ingresos y egresos por intervalos, determinándose rangos de valores donde se estima se ubicarán las variables futuras, sincerando la información y obteniendo como resultado no ya una única solución sino un conjunto de posibles tasas atribuibles al proyecto, acercando al inversor una información más amplia para la toma de decisiones.

Consideramos que ésta fue nuestra propuesta al análisis y que podría ser considerada para mejorar el herramental del que disponemos para evaluar proyectos de inversión.

BIBLIOGRAFÍA

BREALEY, Richard A., Stewart C. MYERS y Alan J. MARCUS (1996). *Principios de Dirección Financiera*, España. Mc.Graw-Hill/Interamericana de España S.A.

CANDIOTI, Eduardo M. y colaboradores (1998), *Tasa Interna de Retorno. Resultados múltiples*, Entre Ríos, Argentina. Editorial Universal Adventista del Plata, 1ra edición.

CANDIOTI, Eduardo M. (1997). *Administración Financiera. A base de recetas caseras.* Entre Ríos, Argentina. Editorial Universal Adventista del Plata, 3ra. edición.

CASPARRI, María T., Alicia BERNARDELLO, Ricardo P. GOTELLI, Javier GARCÍA FRONTI y Mariano RODRÍGUEZ (2005). *Matemática Financiera, utilizando Microsoft Excel*". Argentina. Omicron System S.A.

CASTEGNARO, Aída B. (2006). *Curso de Cálculo Financiero*. Buenos Aires, Argentina. La Ley S.A., 1ra. edición.

GIANNESCHI, Mario A. (2005). *Curso de Matemática Financiera*. Buenos Aires, Argentina. Macchi, 2da. edición.

KAUFMANN, Alfred y Jaume GIL ALUJA (1992). *Técnicas de gestión de empresas*. Barcelona, España. Pirámide.

MALLO, Paulino E., María A. ARTOLA, Fabián DAMICO, Mónica V. GARCÍA, Diego MARTÍNEZ y Mariano E. PASCUAL (1998). “Selección de Inversiones en un Ambiente Incierto”. *Anales 19 Jornadas Naciones de Profesores Universitarios de Matemática Financiera*, pp. 38-74. La Plata, Argentina.

MALLO, Paulino El, M. Antonia ARTOLA, Mónica V. GARCÍA, Diego MARTÍNEZ, Marcelo J. GALANTE, Mariano E. PASCUAL y Mariano MORETTINI (2001). “Justificación de la aplicación de Tecnologías Emergentes a las disciplinas contables y administrativas”. *Anales del VIII Congreso Internacional de Gestión y Economía Fuzzy*, pp. 265-278. Nápoles, Italia.

MALLO, Paulino E., María A. ARTOLA, Mónica V. GARCÍA, Diego MARTÍNEZ, Marcelo J. GALANTE, Mariano E. PASCUAL y Mariano MORETTINI (2001). “Evaluación financiera de proyectos: ¿Riesgo o incertidumbre?”. *Anales de las XXII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera*, resumen y trabajo completo en CD. Concordia, Argentina.

MALLO, Paulino E., M. Antonia ARTOLA, Marcelo J. GALANTE, Mariano E. PASCUAL, Mariano MORETTINI y Adrián R. BUSETTO (2002). “Inflación en épocas de incertidumbre”. *Anales de las XXIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera,* sin numerar. Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

MALLO, Paulino E., M. Antonia ARTOLA, Mónica V. GARCÍA, Diego MARTÍNEZ, Marcelo J. GALANTE, Mariano E. PASCUAL y Mariano MORETTINI (2005). “La medición de variables cualitativas en el balance Scorecard. Un aporte de la lógica difusa”. *Congreso Metropolitano de Ciencias Económicas*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

MALLO, Paulino E., M. Antonia ARTOLA, Marcelo J. GALANTE, Mariano E. PASCUAL, Mariano MORETTINI y Adrián R. BUSETTO (2006). “Racionamiento de capital en los ambientes inciertos”. *XXVIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera*. Santa Rosa, La Pampa, Argentina.

MALLO, Paulino E., María A. ARTOLA y Mariano MORETTINI (2012). “El análisis de inversiones a través del plazo financiero medio y la tasa continua”, *XXXIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera*. Morón, Buenos Aires, Argentina.

MASSÉ, Pierre (1959). *La elección de las inversiones*. Barcelona, España. Ediciones Sagitario.

MURIONI, Oscar y Ángel A. TROSSERO (1981). *Tratado de Cálculo Financiero*. Buenos Aires, Argentina. Editorial Tesis.

RODRÍGUEZ, Alfonso (1994;1). *Matemática de la financiación*. Barcelona, España. Ediciones S.

RODRÍGUEZ, Alfonso (1994;2). *Inmunidad financiera (matemática de la inversión)*. Barcelona, España. Ediciones S.

SCHNEIDER, Erich (1956). *Teoría de la Inversión*. Buenos Aires, Argentina. El Ateneo.

SUÁREZ SUÁREZ, Andrés S. (1996). *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. España. Ediciones Pirámide S.A., decimoctava edición.

TERCEÑO, Antonio, José M. BROTONS y Aurelio FERNÁNDEZ (2007). "Inmunization strategy in a fuzzy environment". *Revista Fuzzy Economic Review*, *v*olume XII, number 2, pp. 95-118. España.

Van HORNE, James C. (1976). *Administración Financiera*. Buenos Aires, Argentina. Ediciones de Contabilidad Moderna.