

**PROFUNDIZACION DEL ANÁLISIS DE UTILIDAD DE LA TASA INTERNA DE RETORNO
MODIFICADA PARA AMBIENTES INCIERTOS**

Autores:

**Paulino Eugenio MALLO
María Antonia ARTOLA
Adrián Raúl BUSETTO
Marcelo Javier GALANTE
Mariano MORETTINI
Mariano Enrique PASCUAL
Alicia Inés Zanfrillo**

Centro de Investigaciones Contables de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de
la Universidad Nacional de Mar del Plata

paulinomallo@speedy.com.ar; martola@infovia.com.ar; adrianbusetto@hotmail.com;
migalante@uolsinectis.com.ar; mmoretti@mdp.edu.ar; mpascual@copetel.com.ar;
alicia@mdp.edu.ar

PROFUNDIZACION DEL ANÁLISIS DE UTILIDAD DE LA TASA INTERNA DE RETORNO MODIFICADA EN SITUACIONES DE INCERTIDUMBRE

RESUMEN

En algunas decisiones los métodos clásicos para evaluar proyectos –VAN y TIR– pueden provocar interpretaciones de los resultados que arroja cada criterio de manera diferente, llevando a situaciones conflictivas que, como técnicos de la materia, deberemos ayudar a subsanar a los fines de inducir al decisor a alcanzar soluciones razonables.

El objetivo del presente artículo es complementar el excelente trabajo presentado en las Jornadas anteriores por la profesora Aída Beatriz Castegnaro (UBA), realizando primero una introducción con los datos de su presentación, incluyendo las conclusiones alcanzadas para un ambiente de certeza, en especial nos centraremos en la inclusión del análisis de los casos de discrepancia entre las dos metodologías mencionadas.

Finalmente, proponemos la reformulación de la propuesta para situaciones de incertidumbre, aplicando la matemática borrosa e indicando, al mismo tiempo, las ventajas y posibles limitaciones de la misma.

INTRODUCCIÓN

Dentro de la gestión empresarial, la evaluación de proyectos de inversión es una de las tareas más importantes de las organizaciones modernas que exige a quienes las dirigen una gran capacidad de análisis, cuando la decisión es tomada en niveles estratégicos el horizonte de planeamiento se expande y por lo tanto desaparece la situación de certeza, lo que hace necesario adaptarlos a los nuevos entornos que se caracterizan por su imprecisión y vaguedad.

En la literatura sobre evaluación de proyectos se pueden encontrar varios modelos cuyos criterios de selección sirven para fundamentar la racionalidad de las decisiones de inversión, entre ellos, uno de los que tiene en cuenta la cronología de los flujos de caja y utiliza por ello el procedimiento de actualización para homogeneizar las cantidades de dinero percibidas en diferentes momentos es el criterio del Valor Actual Neto (VAN). Siendo su estructura de

cálculo:
$$VAN = \sum_{j=1}^n \frac{Q_j}{(1+k)^j} - A = \sum_{j=0}^n \frac{Q_j}{(1+k)^j}$$

El criterio de aceptación o rechazo de la inversión para este método, se establece en función del monto del VAN, la regla es aceptar toda inversión cuyo VAN es mayor que cero y en caso de haber más de un proyecto, la jerarquización se realizará en función del que tenga mayor capital valor.

El segundo método financiero de evaluación de proyectos de inversión más utilizado es de la Tasa Interna de Retorno (TIR), cuyo procedimiento consiste en determinar la tasa de descuento o retorno que iguala la inversión inicial al valor actual de los flujos futuros, es

decir:
$$A = \sum_{j=1}^n \frac{Q_j}{(1+i)^j} \Rightarrow TIR = i$$

Siendo para este método la regla: aceptar toda inversión cuya *TIR* es mayor que la tasa de mercado y en caso de haber más de un proyecto, la jerarquización se realizará en función del que tenga mayor *TIR*.

Algunos prefieren evaluar buscando la *TIR*, mientras que otros optan por calcular el *VAN*, pero ya se demostró que “el ordenamiento utilizando la *TIR* no siempre maximiza el *VAN*”, siendo la principal consecuencia tanto los supuestos implícitos de cada método, como sus limitaciones, estableciéndose soluciones para los conflictos generados a los fines de decidir con racionalidad en el caso que ambos estimadores ordenasen de manera diferente.

ANÁLISIS DE DIFERENTES SITUACIONES DE DECISION

Las situaciones que pueden generar conflictos y sus soluciones fueron presentadas por la Prof. Aída Beatriz Castegnaro de la siguiente manera:

CASO GENERAL¹:

Jerarquización mediante la determinación de la *TIR* para el siguiente flujo de fondos para cada uno de los proyectos alternativos.

El problema se produce cuando al calcular la *TIR*, todos los proyectos arrojan igual valor, implicando que no se puedan ordenar.

La solución consiste en la determinación del *VAN*, ordenarlos mediante este método de valuación y finalmente, ratificarlo mediante la utilización de la *TIR modificada*.

Período	Proyecto F	Proyecto A	Proyecto M	Proyecto C	Proyecto G
0	-10000	-10000	-10000	-10000	-10000
1	1467,63	1833,33	1000	0	1168,81
2	1467,63	1750,00	1000	0	1227,25
3	1467,63	1666,67	1000	0	1288,61
4	1467,63	1583,33	1000	0	1353,04
5	1467,63	1500,00	1000	0	1420,70
6	1467,63	1416,67	1000	0	1491,73
7	1467,63	1333,33	1000	0	1566,32
8	1467,63	1250,00	1000	0	1644,63
9	1467,63	1166,67	1000	0	1726,86
10	1467,63	1083,33	1000	0	1813,21
11	1467,63	1000,00	1000	0	1903,87
12	1467,63	916,67	11000	31384,28	1999,06

¹ Todos los cálculos de este apartado se encuentran explicados en el trabajo presentado en las XXVIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, organizadas por la Facultad de Ciencias Económicas (UNRC), titulado: Evaluación de proyectos supuestos y casos de conflicto, en el año 2007. Confeccionado por la Prof. Aída Beatriz Castegnaro.

TIR	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10
VAN al 10%	0	0	0	0	0
VAN al 8%	1060	930	1507	2463	1175
TIR modificada	0.0891	0.088	0.0927	0.10	0.09
ORDENAMIENTO	4	5	2	1	3

Recordamos que la determinación de la *TIR modificada* –periódica– es la resultante de la reinversión de los flujos de cada proyecto, y es la primera inquietud que se plantea cualquier evaluador antes de ejecutarlo, es decir la necesidad de definir el destino de los recursos que genera el proyecto, pudiendo considerar:

- Reinvertir los fondos a la tasa de equivalencia financiera, la *TIR*.
- Reinvertir los fondos a una tasa de mercado, generalmente inferior, considerando que los fondos no podrán ser colocados a otra tasa que la ofrecida por el mercado, utilizándose para el ejemplo el 8% periódico

En el caso: una misma *TIR* del 10% produjo diferentes *VAN* al 8%, lo cual produjo un conflicto en la decisión, mientras que con el primer método no se puede ordenar, con el segundo se terminó jerarquizando de esta manera: Proyecto “C”, Proyecto “M”, Proyecto “G” Proyecto “F” y Proyecto “A”, distinto que el anterior.

Para corroborar esta situación, se supone que los fondos se reinvierten a la tasa de mercado, en el ejemplo del 8%, calculando con ésta el valor final o valor terminal, de esta forma relacionamos la inversión inicial con ese capital acumulado mediante un factor de capitalización obteniendo la tasa periódica que los equipara, la que denominaremos *TIR modificada* y que puede representarse básicamente mediante la siguiente expresión matemática:

$$TIR \text{ modificada} = \left[\frac{\sum_{k=1}^n \text{Flujo de fondos}_k (1 + i_{\text{mercado}})^k}{\text{Inversión Inicial}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

CASOS PARTICULARES:

A continuación se incluirán tres casos que presentan diferentes problemáticas en la evaluación de proyectos de inversión, en todos se procederá de la siguiente manera:

- La tarea es seleccionar un proyecto para su desarrollo, mediante la utilización de la *TIR*, comparativamente con la determinación del *VAN* para diferentes tasas de actualización analizando posibles conflictos en la decisión, considerando para cada caso el flujo de fondos hipotético de dos posibles proyectos alternativos.
- Se detectará el problema, el que generalmente se produce cuando la tasa de actualización utilizada para determinar el *VAN* es menor que la *TIR incremental*, provocando una jerarquización diferente.

- Se desarrollarán las posibles soluciones, con expresa mención de las conclusiones, mediante la determinación de la:
 - *TIR modificada*
 - *TIR incremental*

PRIMER CASO:

Evaluación de Proyectos de Inversión con distribución de flujos no uniformes

Datos hipotéticos:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Decisión	Incremental Y - X
0	-10000	-10000		0
1	3154.71	800		-2354.71
2	3154.71	800		-2354.71
3	3154.71	800		-2354.71
4	3154.71	10800		7645.29

Propuesta de solución:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Decisión	Incremental Y - X
<i>TIR</i>	0.10	0.08	MEJOR X	
<i>VAN al 10%</i>	0	-634	MEJOR X	
<i>VAN al 8%</i>	449	0	MEJOR X	
<i>VAN al 3%</i>	1726	1859	CONFLICTO MEJOR Y, cuando para la TIR es mejor X	
<i>TIR modificada reinvirtiendo al 10%</i>	0.10	0.082	MEJOR X	
<i>TIR modificada reinvirtiendo al 8%</i>	0.092	0.08	MEJOR X	
<i>TIR modificada reinvirtiendo al 3%</i>	0.072	0.075	SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR Y igual que el VAN al 3%	
<i>TIR incremental</i>			SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR Y porque tiene un VAN al 3% mayor	0.04

Recordemos que el conflicto se genera para determinados valores de la tasa de actualización que utiliza el VAN, siendo la zona en donde según el estimador utilizado

jerarquizan diferentes aquella comprendida para valores menores a una tasa determinada (la *TIR incremental* que para el caso es del 4%), en nuestro caso, el conflicto se genera para los cálculos con un interés del 3%.

La segunda solución², que lleva a iguales conclusiones, consiste en determinar a qué valor de la tasa de interés se igualan los valores actuales netos de los proyectos y en ese punto en que se interceptan las curvas de los VAN, se establece la denominada “Tasa Interna de Retorno Incremental” o “Tasa de Fisher” o “solución de Kameros”, que también puede considerarse a la que iguala el valor actual de los flujos incrementales (considerando ambos proyectos y sin importar su orden) con el incremental de la inversión inicial (relacionados en el mismo orden que los flujos).

En simbología, donde $i = TIR\ incremental$, sería:

$$\bullet -Inversión\ inicial_0^X + \sum_{k=1}^n \frac{Flujo\ de\ fondos_k^X}{(1+i)^k} = -Inversión\ inicial_0^Y + \sum_{k=1}^n \frac{Flujo\ de\ fondos_k^Y}{(1+i)^k}$$

$$\bullet (-Inv.Inic._0^X + Inv.Inic._0^Y) = \sum_{k=1}^n \frac{F.F._k^X}{(1+i)^k} - \sum_{k=1}^n \frac{F.F._k^Y}{(1+i)^k} = \sum_{k=1}^n \frac{(F.F._k^X - F.F._k^Y)}{(1+i)^k}$$

Conclusión: el ordenamiento mediante el estimador *TIR* no siempre maximiza el VAN, cuando estamos en una zona conflictiva, se puede resolver el problema mediante el cálculo de la *TIR incremental* o bien por el análisis del valor final de los flujos de fondos arribando a una *TIR modificada* que siempre produce la misma jerarquización, evitando el conflicto.

SEGUNDO CASO:

Evaluación de Proyectos de Inversión con distintos tamaños de inversiones

Datos hipotéticos:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Decisión	Incremental X - Y
0	-10000	-5000		-5000
1	3154.71	1611.63		1543.08
2	3154.71	1611.63		1543.08
3	3154.71	1611.63		1543.08
4	3154.71	1611.63		1543.08

Propuesta de solución:

² Este tema fue desarrollado en el trabajo presentado en las XXVIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, organizadas por la Facultad de Ciencias Económicas (UNRC), titulado: Discrepancia entre el método del VAN y la TIR: reformulación de la solución de Kameros para situaciones de incertidumbre (año 2007) y presentado por este grupo de investigación.

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Decisión	Incremental X - Y
<i>TIR</i>	0.10	0.11	MEJOR Y	
<i>VAN al 10%</i>	0	109	MEJOR Y	
<i>VAN al 11%</i>	-213	0	MEJOR Y	
<i>VAN al 3%</i>	1726	991	CONFLICTO MEJOR X, cuando para la <i>TIR</i> es mejor Y	
<i>TIR modificada reinvertiendo al 10%</i>	0.10	0.103	MEJOR Y	
<i>TIR modificada reinvertiendo al 11%</i>	0.1041	0.11	MEJOR Y	
<i>TIR modificada reinvertiendo al 3%</i>	0.0718	0.0546	SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR X igual que el <i>VAN</i> al 3%	
<i>TIR incremental</i>			SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR X porque tiene un <i>VAN</i> al 3% mayor	0.09

Por tratarse de proyectos con distintos tamaños de inversión inicial la primer solución propuesta, es trabajar con la *TIR modificada*, con la siguiente salvedad para su determinación:

1. el proyecto de tamaño mayor utiliza la expresión básica ya mencionada y
2. el proyecto de tamaño menor ajusta su cálculo capitalizando la diferencia de inversión inicial a la tasa de mercado, en simbología sería:

$$TIR \text{ modificada} = \left[\frac{\sum_{k=1}^n \text{Flujo de fondos}_k (1 + i_{\text{mercado}})^k}{\text{Inversión Inicial}} + \text{Diferencia de Inversión Inicial} (1 + i_{\text{mercado}})^n \right]^{1/n} - 1$$

La otra solución a la situación conflictiva presentada es mediante el manejo de la *TIR incremental*, que se realiza de la misma manera ya explicada, únicamente se calculó el diferencial cambiando el orden de los proyectos en la resta para verificar que no importa cuál es el proyecto que elegimos que debe considerar como diferencial.

Conclusión: nuevamente se corrige el problema generado en el ordenamiento mediante el estimador *TIR*, es decir se resolvió mediante el cálculo de la *TIR incremental* o bien por el análisis del valor final de los flujos de fondos, *TIR modificada*, produciendo la misma jerarquización.

TERCER CASO:

Evaluación de Proyectos de Inversión con distinta duración

Datos hipotéticos:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Decisión	Incremental X - Y
0	-10000	-10000		0
1	3154.71	1192.77		1961.94
2	3154.71	1192.77		1961.94
3	3154.71	1192.77		1961.94
4	3154.71	1192.77		1961.94
5	0	1192.77		-1192.77
6	0	1192.77		-1192.77
7	0	1192.77		-1192.77
8	0	1192.77		-1192.77
9	0	1192.77		-1192.77
10	0	1192.77		-1192.77
11	0	1192.77		-1192.77
12	0	1192.77		-1192.77

Propuesta de solución:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Decisión	Incremental X - Y
TIR	0.10	0.06	MEJOR X	
VAN al 10%	0	-1873	MEJOR X	
VAN al 6%	931	0	MEJOR X	
VAN al 3%	1726	1873	CONFLICTO MEJOR Y cuando para la TIR es mejor X	Se debe homogeneizar el VAN
VAN al 3% homogeneizado	15478	6272	SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR X	
TIR modificada reinvirtiendo al 10%	0.10	0.0812	MEJOR X	
TIR modificada reinvirtiendo al 6%	0.0781	0.06	MEJOR X	
TIR modificada reinvirtiendo al 3%	0.0631	0.0448	SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR X igual que el VAN al 3%	
TIR incremental			SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR X porque tiene un VAN al 3% mayor	0.0335

Por tratarse de proyectos con distinta duración la primera solución propuesta, es trabajar con la *TIR modificada*, con la siguiente salvedad para su determinación:

1. el proyecto de mayor duración utiliza la expresión básica ya mencionada,
2. el proyecto de menor duración ajusta su cálculo capitalizando hasta el final del proyecto de mayor duración a la tasa de mercado (los resultados no se encuentran en el cuadro y serían 0.10, 0.0679 y 0.0438 para la TIR modificada con reinversión al 10%, 6% y 3% respectivamente), en simbología sería:

$$TIR \text{ modificada} = \left[\frac{\sum_{k=1}^n \text{Flujo de fondos}_k (1 + i_{\text{mercado}})^k}{\text{Inversión Inicial}} (1 + i_{\text{mercado}})^{\text{total}-n} \right]^{\frac{1}{\text{total}}} - 1 \text{ y}$$

3. como segunda propuesta para el proyecto de menor duración, sería ajustar su cálculo homogeneizando las duraciones de los proyectos, es decir se debe convertir en uno de igual duración que el mayor para la determinación del valor final de los flujos, los resultados son los que se encuentran informados en el cuadro y para su representación nos remitimos a lo indicado para la solución ajustando el VAN que desarrollaremos un poco más adelante.

La otra solución a la situación conflictiva es mediante el manejo de la *TIR incremental* que no tienen ninguna consideración especial.

Finalmente, para este caso también se puede resolver el conflicto, con la homogenización de la duración de ambos proyectos y de esta forma poder realizar un ordenamiento mediante el *VAN homogeneizado*, lo que puede concretarse de la siguiente manera:

- Considerando la perpetuidad del flujo de fondos periódico promedio de cada proyecto, los datos suministrados en el cuadro surgen de esta propuesta, es el valor que figura como *VAN homogeneizado* al 3% (procedimiento utilizado para los resultados incorporados en la propuesta de solución), en simbología sería:
-

$$VAN_{(\infty;i)} = \frac{\text{Flujo de fondos}}{i} = VAN_{(n;i)} \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \frac{1}{i} = \frac{VAN_{(n;i)}}{1 - (1+i)^{-n}}$$

- O bien equiparar los flujos del proyecto de menor duración a la del proyecto que tiene más vida, si es múltiplo, caso contrario encontrar un mínimo común múltiplo para ambos proyectos, en simbología sería:

$$TIR \text{ modificada} = \left(\frac{\sum_{k=1}^{\text{total}} \text{Flujo de fondos}_k \cdot (1 + i_{k \text{ mercado}})^k - \sum_{p=1}^t \text{Inversión Inicial}_p (1 + i_{p \text{ mercado}})^p}{C_0} \right)^{\frac{1}{\text{total}}} - 1$$

En el ejemplo el flujo quedaría representado por la siguiente sucesión:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
(-) Inversión inicial	(+) Flujo	(+) Flujo	(+) Flujo	(+) Flujo								
				4	5	6	7	8				
				(-) Inversión inicial	(+) Flujo	(+) Flujo	(+) Flujo	(+) Flujo				
								8	9	10	11	12
								(-) Inversión inicial	(+) Flujo	(+) Flujo	(+) Flujo	(+) Flujo

Conclusión: nuevamente el ordenamiento mediante la *TIR incremental* o la *TIR modificada*, produce la misma jerarquización, que el estimador *VAN homogeneizado* pues se refiere a variaciones absolutas de horizontes diferentes, siempre para la zona de conflicto donde las tasas de reinversión son menores, induciendo a una toma de decisión racional, es decir con el mismo resultado por ambos métodos.

AMBIENTES INCIERTOS TRABAJANDO CON NÚMEROS BORROSOS TRIANGULARES

El objetivo de este trabajo, es tratar de demostrar que se obtienen iguales resultados cuando se trabaja en ambientes inciertos, utilizando una herramienta más adecuada para los estos contextos.

Lo cual lograremos mediante la reformulación de los casos presentados oportunamente, mediante la incorporación de los números borrosos triangulares (*NBT*), tratando de cumplir con la finalidad buscada.

Para concretar la propuesta se definirá incertidumbre únicamente respecto del conocimiento de los flujos de fondos y con una estructura simétrica, simplemente para facilitar el desarrollo numérico, pero es totalmente viable para un contexto de incertidumbre en la totalidad de los elementos intervinientes en su determinación.

Recordamos que la determinación de un *VAN* borroso tiene la siguiente expresión, para el tratamiento de la incertidumbre únicamente en los flujos:
$$VAN = -A + \sum_{j=1}^n \frac{\text{Flujo de fondos}_j}{(1+i)^j}$$

También debemos recordar, con relación a la *TIR*, que cuando se trabaja con flujos de fondos borrosos, lo que se obtiene no es la tasa que todos conocemos, sino una aproximación a la misma que es la llamada *Pseudo TIR*.

El método de la *Pseudo TIR* no tiene por finalidad obtener la tasa que iguala los flujos de fondos actualizados a la inversión inicial; sino que su objetivo es determinar para qué tasa cierta, se hace mínima la diferencia de Hamming entre los flujos borrosos actualizados y la inversión inicial, la que puede ser o no incierta, siendo su expresión:

$$\int_{\alpha=0}^1 \left| A - \sum_{j=1}^n \frac{\text{Flujo de fondos}_j}{(1+i)^j} \right| \delta\alpha = \text{mínimo}$$

donde α representa el nivel de confianza correspondiente a los distintos flujos.

REFORMULACIÓN DE LAS DIFERENTES SITUACIONES DE DECISION ANALIZADAS MEDIANTE FLUJOS BORROSOS EXPRESADOS EN *NBT*

CASO GENERAL:

Jerarquización mediante la determinación de la *Seudo TIR* para el siguiente flujo de fondos hipotéticos para cada uno de los proyectos alternativos.

Podrá observarse que, como en un ambiente de certeza, el problema se produce cuando al calcular la *Seudo TIR*, todos los proyectos arrojan valor similar, no pudiendo ordenarlos y el criterio del *VAN*, para esa tasa, sí produce una jerarquización, es decir tenemos discrepancia entre los dos métodos clásicos de decisión.

Por supuesto se buscó la solución en la determinación del *VAN borroso*, para jerarquizarlos se los clasificó en un orden total, de mayor a menor mediante la distancia de Hamming, finalmente se ratificó el ordenamiento mediante la utilización de la *TIR modificada*, con la misma herramienta.

Período	Proyecto F	Proyecto A	Proyecto M	Proyecto C	Proyecto G
0	-10000	-10000	-10000	-10000	-10000
1	(1300,1468,1634)	(1667,1833,2000)	(833,1000,1168)	0	(1002,1169,1335)
2	(1300,1468,1634)	(1583,1750,1916)	(833,1000,1168)	0	(1061,1227,1394)
3	(1300,1468,1634)	(1500,1667,1833)	(833,1000,1168)	0	(1122,1289,1455)
4	(1300,1468,1634)	(1417,1583,1750)	(833,1000,1168)	0	(1186,1353,1520)
5	(1300,1468,1634)	(1333,1500,1667)	(833,1000,1168)	0	(1254,1421,1587)
6	(1300,1468,1634)	(1250,1417,1583)	(833,1000,1168)	0	(1325,1492,1658)
7	(1300,1468,1634)	(1167,1333,1500)	(833,1000,1168)	0	(1400,1566,1733)
8	(1300,1468,1634)	(1083,1250,1417)	(833,1000,1168)	0	(1478,1645,1811)
9	(1300,1468,1634)	(1000,1167,1333)	(833,1000,1168)	0	(1560,1727,1894)
10	(1300,1468,1634)	(917,1083,1250)	(833,1000,1168)	0	(1647,1813,1980)
11	(1300,1468,1634)	(833,1000,1167)	(833,1000,1168)	0	(1737,1904,2071)
12	(1300,1468,1634)	(750,917,1083)	11000	(27868,31384,34918)	(1832,1999,2166)
Seudo TIR	0.0999	0.10	0.10	0.10	0.10
VAN al10%	(-1142,0,1134)	(-1136,0,1136)	(-1083,0,1091)	(-1120,0,1126)	(-1136,0,1136)
ORDEN	5	3	1	2	4
VAN al8%	(-203,1060,2314)	(-326,930,2186)	(317,1507,2707)	(1067,2463,3866)	(-81,1175,2431)
ORDEN	4	5	2	1	3
TIR modificada en %	(7.82,8.91,9.89)	(7.7,8.8,9.79)	(8.28,9.27,10.18)	(8.92,10,10.98)	(7.93,9,9.98)
ORDEN	4	5	2	1	3

Para la determinación de la *TIR modificada* –periódica– se utilizó la reinversión de los flujos de cada proyecto al 8%, ya que al 10% valor que toma la *Seudo TIR* se produce un ordenamiento diferente, es decir los dos estimadores clásicos no producen la misma jerarquización de los proyectos de inversión.

REFORMULACIÓN DE LOS CASOS PARTICULARES:

Se reformularán los tres casos planteados para certeza que mostraban diferentes problemáticas, procediéndose en la tarea del análisis y cálculos de idéntica manera, salvo en la consideración que se está operando con una lógica multivaluada, representada a través de los *NBT*.

PRIMER CASO:

Reformulación de la evaluación de Proyectos de Inversión con flujos no uniformes

Datos hipotéticos:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Incremental X - Y
0	-10000	-10000	0
1	(2655,3155,3655)	(500,800,1100)	(1555,2354,3155)
2	(2655,3155,3655)	(500,800,1100)	(1555,2354,3155)
3	(2655,3155,3655)	(500,800,1100)	(1555,2354,3155)
4	(2655,3155,3655)	(10700,10800,11900)	(-9245,-7645,-7045)

Propuesta de solución:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Decisión	Incremental X - Y
<i>Seudo TIR</i>	0.10	0.0873	MEJOR X	
<i>VAN al 10%</i>	(-1585,0,1585)	(-1448,-634,863)	MEJOR X	
<i>VAN al 8%</i>	(-1207,449,2105)	(-847,0,1582)	MEJOR X	
<i>VAN al 3%</i>	(-132,1726,3585)	(921,1859,3684)	CONFLICTO MEJOR Y cuando la <i>Seudo TIR</i> dice que es mejor X	
<i>TIR modificada reinvirtiendo al 10%</i>	(0.0536,0.10,0.1412)	(0.0578,0.0821,0.123)	MEJOR X	
<i>TIR modificada reinvirtiendo al 8%</i>	(0.0458,0.0919,0.1328)	(0.0564,0.08,0.1204)	MEJOR X	
<i>TIR modificada reinvirtiendo al 3%</i>	(0.0266,0.0718,0.112)	(0.0529,0.0748,0.114)	SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR Y	
<i>Seudo TIR incremental</i>			SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR Y porque tiene un <i>VAN</i> al 3% mayor	0.0621

SEGUNDO CASO:

Reformulación de la evaluación de Proyectos de Inversión con distintos tamaños de inversiones

Datos hipotéticos:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Incremental X - Y
0	-10000	-5000	-5000
1	(2655,3155,3655)	(1312,1612,1912)	(1343,1543,1743)
2	(2655,3155,3655)	(1312,1612,1912)	(1343,1543,1743)
3	(2655,3155,3655)	(1312,1612,1912)	(1343,1543,1743)
4	(2655,3155,3655)	(1312,1612,1912)	(1343,1543,1743)

Propuesta de solución:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Decisión	Incremental X - Y
<i>Seudo TIR</i>	0.10	0.11	MEJOR Y	
<i>VAN al 10%</i>	(-1585,0,1585)	(-842,109,1060)	MEJOR Y	
<i>VAN al 11%</i>	(-1764,-213,1339)	(-931,0,931)	MEJOR Y	
<i>VAN al 3%</i>	(-132,1726,3585)	(-125,991,2106)	CONFLICTO MEJOR X cuando la Seudo TIR dice que es mejor Y	
<i>TIR modificada reinvertiendo al 10%</i>	(0.0536,0.10,0.1412)	(0.0761,0.103,0.128)	MEJOR Y	
<i>TIR modificada reinvertiendo al 11%</i>	(0.0574,0.1041,0.1454)	(0.0832,0.11,0.135)	MEJOR Y	
<i>TIR modificada reinvertiendo al 3%</i>	(0.0266,0.0718,0.112)	(0.0268,0.0546,0.0804)	SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR X	
<i>Seudo TIR incremental</i>			SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR X porque tiene un VAN al 3% mayor	0.09

TERCER CASO:**Reformulación de la evaluación de Proyectos de Inversión con distinta duración**

Datos hipotéticos:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Incremental X - Y
0	-10000	-10000	0
1	(2655,3155,3655)	(1026,1193,1359)	(1295,1962,2629)
2	(2655,3155,3655)	(1026,1193,1359)	(1295,1962,2629)
3	(2655,3155,3655)	(1026,1193,1359)	(1295,1962,2629)
4	(2655,3155,3655)	(1026,1193,1359)	(1295,1962,2629)
5	0	(1026,1193,1359)	(-1359,-1193,-1026)
6	0	(1026,1193,1359)	(-1359,-1193,-1026)
7	0	(1026,1193,1359)	(-1359,-1193,-1026)
8	0	(1026,1193,1359)	(-1359,-1193,-1026)
9	0	(1026,1193,1359)	(-1359,-1193,-1026)
10	0	(1026,1193,1359)	(-1359,-1193,-1026)
11	0	(1026,1193,1359)	(-1359,-1193,-1026)
12	0	(1026,1193,1359)	(-1359,-1193,-1026)

Propuesta de solución trabajando con la *TIR modificada*:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Decisión
Seudo TIR	0.10	0.06	MEJOR X
VAN al 10%	(-1585,0,1585)	(-3008,-1873,-737)	MEJOR X
VAN al 6%	(-801,931,2664)	(-1397,0,1397)	MEJOR X
VAN al 3%	(-132,1726,3585)	(214,1873,3532)	CONFLICTO MEJOR Y cuando para Seudo TIR mejor X
TIR modificada reinvertiendo al 10%	(0.625,0.10,0.1272)	(0.0677,0.0812,0.93)	MEJOR X
TIR modificada reinvertiendo al 6%	(0.0411,0.0781,0.1049)	(0.0468,0.06,0.0716)	MEJOR X
TIR modificada reinvertiendo al 3%	(0.0269,0.0631,0.0894)	(0.0318,0.0448,0.0563)	SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR X

Propuesta de solución trabajando con la *Seudo TIR incremental*:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Decisión	Incremental X - Y
<i>Seudo TIR</i>	0.10	0.06	MEJOR X	
<i>VAN al 10%</i>	(-1585,0,1585)	(-3008,-1873,-737)	MEJOR X	
<i>VAN al 6%</i>	(-801,931,2664)	(-1397,0,1397)	MEJOR X	
<i>VAN al 3%</i>	(-132,1726,3585)	(214,1873,3532)	CONFLICTO MEJOR Y cuando para <i>Seudo TIR</i> mejor X	
<i>Seudo TIR incremental</i>			SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR Y porque tiene un <i>VAN</i> al 3% mayor	0.0335

Propuesta de solución trabajando con el *VAN homogeneizado*:

Período	Proyecto X	Proyecto Y	Decisión	
<i>Seudo TIR</i>	0.10	0.06	MEJOR X	
<i>VAN al 10%</i>	(-1585,0,1585)	(-3008,-1873,-737)	MEJOR X	
<i>VAN al 6%</i>	(-801,931,2664)	(-1397,0,1397)	MEJOR X	
<i>VAN al 3%</i>	(-132,1726,3585)	(214,1873,3532)	CONFLICTO MEJOR Y cuando para <i>Seudo TIR</i> mejor X	Se debe homogeneizar el <i>VAN</i>
<i>VAN al 3% homogeneizado</i>	(-1184,15478,32149)	(717,6272,11828)	SOLUCIONA CONFLICTO MEJOR X	

La conclusión es válida para los tres casos -como en certeza- y se puede inferir que para tasas de reinversión de los flujos menores a la *Seudo TIR incremental* los criterios clásicos no producen el mismo ordenamiento, lo que puede solucionarse mediante la determinación de la *TIR modificada*, reinvertiendo a esa tasa menor o utilizando la solución propuesta por Kameros, ahora denominada *Seudo TIR incremental*, que ya fuera tratada en Jornadas anteriores (cuyos resultados también se incorporan a la presente propuesta).

En todos los casos por ser ambos proyectos aceptables según el criterio de evaluación utilizado, para seleccionar uno de ellos debemos clasificarlos en un orden total, de modo tal de determinar el mayor de ambos números borrosos, ya sea utilizando el VAN o la TIR (en cualquiera de sus consideraciones especiales según lo analizado en este trabajo). Para lograrlo se aplicó siempre la herramienta de cálculo disponible para estos casos: la denominada distancia de Hamming.

CONSIDERACIONES FINALES

Por todo lo expuesto tanto en certeza como en incertidumbre se obtienen las mismas conclusiones en cuanto a las diferencias e inconvenientes que producen los estimadores tradicionales utilizados para la medición de los flujos de caja, que pueden subsanarse con las mismas herramientas y que pueden resumirse en el siguiente cuadro:

<p>El VAN jerarquiza de manera diferente, es decir una misma <i>TIR</i> puede estar asociada a diferentes <i>VAN</i> dependiendo de la tasa de actualización</p>	<p>La TIR puede producir una indiferencia financiera al tener el mismo resultado pero una misma <i>TIR</i> puede estar asociada a diferentes <i>VAN</i> dependiendo de la tasa de actualización</p> <p>Entonces, EL ORDENAMIENTO MEDIANTE EL CRITERIO <i>TIR</i> NO SIEMPRE MAXIMIZA EL VAN</p>
<p>Soluciones a los conflictos que pueden generar las jerarquizaciones diferentes producidas por los estimadores <i>VAN</i> y <i>TIR</i></p>	
<p>El estimador <i>VAN</i> debe ajustarse CUANDO el conflicto que puede generarse por una distinta duración de los proyectos</p> <p>Se debe transformar los proyectos a un plazo común para hacerlos comparables, calculando el <i>VAN homogeneizado</i> para:</p> <ul style="list-style-type: none"> - un número de períodos que tiene el proyecto más largo - un número de períodos que resulte el mínimo común múltiplo de ambos proyectos - un número infinito de períodos 	<p>CUANDO EL ESTIMADOR <i>TIR</i> PRODUCE: conflictos que puede generarse por:</p> <ul style="list-style-type: none"> • una distribución no uniforme de los flujos de caja • distintos tamaños de la inversión de los proyectos • una distinta duración de los proyectos <p>Se debe corregir mediante la aplicación de la:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>TIR incremental</i> ➤ <i>TIR modificada</i>, determinada a través del valor terminal de los flujos de fondos asociados al proyecto, lo que puede enriquecerse considerando tasas de interés de mercado diferentes según los plazos o por el tipo de operación (ingreso o egreso) <p>Así, en un análisis completo en la evaluación jerarquizan de igual forma el <i>VAN</i> que estas <i>TIR</i> mencionadas.</p>

A modo de resumen se puede confirmar que: **cualquier criterio de selección de proyectos de inversión será COMPLEMENTARIO y no sustitutivo**; que para todo ambiente existe una herramienta más apropiada y que no son **sustitutas sino COMPLEMENTARIAS**. Por ejemplo si la inversión consiste en bonos o títulos, éstos tienen un flujo cierto donde la Matemática tradicional, con todos los elementos que componen nuestra Matemática Financiera es la más adecuada para su tratamiento. Mientras que en

otros tipos de proyectos que pueden desarrollarse en un ambiente incierto -que no significa ausencia de información- sino negación de certeza, la Matemática Borrosa debe ser utilizada como complemento de las herramientas aplicables para la solución de problemas que pudieran presentarse, con el fin de sincerar la información y mejorar consecuentemente la toma de decisiones.

Finalmente nos queda por afirmar lo que venimos pregonando desde hace muchas Jornadas: *al abandonar las exigencias de las hipótesis de los modelos clásicos se produce un acercamiento a la realidad y la utilización de la Matemática Borrosa en la modelización y resolución de problemas en ambientes inciertos "nos permitirá, a falta de ser más exactos, ser más honestos", mejorando la información disponible para la toma de decisiones.*

BIBLIOGRAFÍA

- Aída Beatriz Castegnaro; (2006); *Curso de Cálculo Financiero*; Buenos Aires; Editorial La Ley.
- Aída Beatriz Castegnaro. (2007). "Evaluación de proyectos supuestos y casos de conflicto". *Trabajo presentado en las XXVIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, Argentina, Río Cuarto, octubre 2007. Anales disponibles en CD (ISBN 978-950-665-447-4).*
- Richard A. Brealey y Stewart C. Meyer; (1993); *Fundamentos de Financiación Empresarial*; Madrid; Editorial Mc Graw Hill.
- Guillermo L. Dumrauf; (2003); *Finanzas Corporativas*; Colombia; Editorial Grupo Guía SA.
- James C. T. Mao; (1977); *Análisis Financiero*; Buenos Aires; Librería El Ateneo Editorial.
- Ricardo Pascale; (1992); *Decisiones Financieras*; Buenos Aires; Editorial Macchi.
- Andrés S. Suárez Suárez; (1995); *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*; Madrid; Ediciones Pirámide.
- Ana M. Gil Lafuente; (1990); *El análisis financiero en la incertidumbre*; Barcelona; Editorial Ariel Economía.
- Arnold Kaufmann y Jaime Gil Aluja; (1987); *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*; Madrid; Editorial Hispanoeuropea.
- James C. Van Horne, J.C.; (1973); *Administración Financiera*; Buenos Aires; Ediciones Contabilidad Moderna.
- E. Schneider; (1956); *Teoría de la Inversión*; Buenos Aires; Ediciones El Ateneo.
- Pierre Massè; (1959); *La elección de las inversiones*; Barcelona; Ediciones Sagitario.
- Grupo de Investigación Matemática Borrosa. (1998). "Selección de inversiones en un ambiente incierto". *Trabajo presentado en el 12° Congreso Nacional de Ciencias Económicas, Argentina, Córdoba, septiembre 1998. Anales: Área 3 Contabilidad y Auditoría, pág. 639-662.*
- Grupo de Investigación Matemática Borrosa. (1998). "Introducción a la Matemática Borrosa". *Revista Faces Nro. 5 de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad Nacional de Mar del Plata. Pág. 7-16.*
- Grupo de Investigación Matemática Borrosa. (2007). "Discrepancia entre el método del VAN y la TIR: reformulación de la solución de Kameron para situaciones de incertidumbre". *Trabajo presentado en las XXVIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, Argentina, Córdoba, octubre 2007. Anales disponibles en CD (ISBN 978-950-665-447-4).*
- María T. Casparri y Javier G. Fronti; (1996). "Inversión en ambiente incierto. Pseudo-Tir." *Trabajo presentado en el III Congreso de la Sociedad Internacional de Gestión y Economía Fuzzy.*