

## Capacitación a docentes para enseñanza accesible de la matemática: una experiencia en Universidades de América Latina

Cristina Ochoviet<sup>1</sup> – Alicia López<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad de la República - Uruguay  
E-mail: cristinaochoviet@gmail.com

<sup>2</sup> Universidad Nacional de Mar del Plata - Argentina  
Unión Latinoamericana de Ciegos (ULAC)  
E-mail: alicia.lopez@educ.ar

**Resumen.** En este artículo se presentan algunas reflexiones que surgieron a partir del dictado de la unidad optativa Didáctica de la Matemática Accesible en el marco del curso Diseño y Creación de Materiales Educativos Digitales Accesibles, desarrollado por el Proyecto ESVI-AL. Esta unidad optativa fue cursada por varios docentes del nivel universitario pertenecientes a universidades de América Latina socias del Proyecto. Las producciones de estos docentes permitieron dar cuenta de algunas dificultades que podrían enfrentar los profesores al momento de tener que diseñar actividades matemáticas dirigidas a alumnos invidentes o con baja visión.

**Palabras clave:** Matemática accesible, sistemas de ecuaciones, geoplano.

### 1 Introducción

El Proyecto ESVI-AL (Educación Superior Virtual Inclusiva – América Latina), financiado por el programa ALFA III de la Unión Europea, tiene por objetivo mejorar la accesibilidad de la educación superior virtual. Para ello, ha desarrollado cursos en línea dirigidos a docentes universitarios en los que se brinda capacitación en el diseño y creación de materiales educativos digitales accesibles. Con estas acciones se pretende aportar a la accesibilidad de los planes de estudios universitarios para facilitar la inclusión de las personas con discapacidades físicas de los países de América Latina participantes. En febrero de 2013, la Unión Latinoamericana de Ciegos (ULAC) se suma al proyecto ESVI-AL y propone complementar el curso original (de cinco unidades) con una unidad optativa sobre Didáctica de la Matemática Accesible. Este artículo reporta entonces, una experiencia de *e-learning* dirigida a docentes universitarios, en la que se los capacitó sobre estrategias para la enseñanza de la matemática a estudiantes invidentes o con baja visión.

En este marco, se diseñó la unidad sobre Didáctica de la Matemática con el objetivo de sensibilizar a los docentes participantes sobre problemáticas específicas de la enseñanza de la Matemática a invidentes. En esta unidad optativa participaron un total de cuarenta y nueve profesores y aprobaron finalmente veintidós.

## 2 Diseño de la guía de estudios para un curso en línea de Didáctica de la Matemática Accesible

Para la propuesta se eligió una perspectiva que entiende a la Didáctica de la Matemática como una disciplina científica porque se considera que los aportes desde la investigación son valiosos para pensar las prácticas de enseñanza.

La educación inclusiva agrega nuevos desafíos a la enseñanza de la Matemática. Por lo que la accesibilidad curricular enfocada en personas con discapacidad visual ocupó el centro de las reflexiones.

La guía de estudios constó de cuatro secciones: (1) La Didáctica de la Matemática como disciplina científica y algunos de sus aportes; (2) Matemática, lenguajes y representaciones; (3) La conducción del proceso de enseñanza: el debate científico en la clase de matemática; (4) El aprendizaje del concepto de *solución* de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Cada sección constó de documentos teóricos para su lectura, ejemplos prácticos, cuestionario de autoevaluación, cuestionario de evaluación y una actividad final en la que el cursillista debía diseñar una actividad de enseñanza donde estuviera en juego el concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Se solicitó utilizar el geoplano. Este recurso didáctico es apropiado para el trabajo con estudiantes invidentes dado que permite un acceso táctil a las representaciones de los objetos matemáticos que se realizan en él. Con este recurso es posible representar rectas en el plano mediante bandas elásticas que se procuran con ese fin. En la figura 1 podemos ver un ejemplo de geoplano elaborado con clavos pequeños que permiten enganchar las bandas elásticas. Se representan mediante hilos fijos de color rojo los ejes cartesianos y con las bandas elásticas se pueden representar rectas de dicho plano cartesiano. Cada clavo del geoplano representa un punto de coordenadas enteras. El tamaño adecuado es aquel que puede ser abarcado, aproximadamente, con las dos palmas de las manos abiertas.

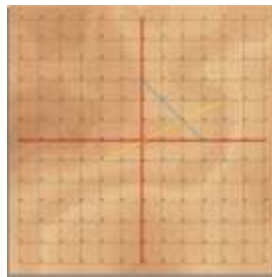


Fig. 1. Geoplano de madera con clavos ubicados en cada vértice de la cuadrícula base

La consigna para la actividad final consistió en diseñar una actividad del tipo “dar un ejemplo” [1] para el aprendizaje del concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, en este caso, utilizando el geoplano. Además, la propuesta debía incluir la solución esperada, una fundamentación sobre el diseño elegido y, de ser necesario, una imagen del geoplano con la representación que le entregarían a sus estudiantes.

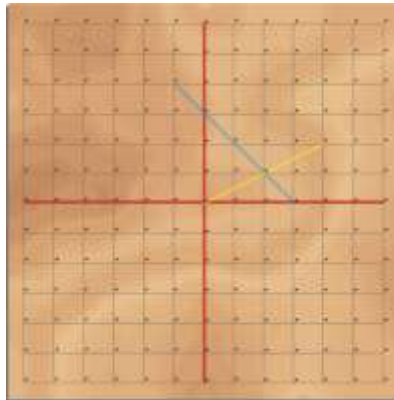
A los cursillistas les fue proporcionado el siguiente diseño de actividad basado en [2] que se enmarca en los modos de pensamiento de [3], a manera de guía:

(A) Actividad para el estudiante

*Presenta un sistema de ecuaciones lineales que tenga como solución única el par  $(2, 1)$ . Explica cómo lo haces.*

(B) Análisis de la actividad y posible intervención docente

La situación planteada implica pasar del par solución a las ecuaciones o a las rectas y pone en juego el concepto de solución de un sistema de ecuaciones. El estudiante podrá pensar en modo sintético-geométrico realizando una representación gráfica en geoplano de dos rectas que tienen como único punto común el de coordenadas  $(2,1)$  (como la que mostramos en la figura 2 tan solo a modo de ejemplo) o en modo analítico-aritmético presentando dos ecuaciones que cumplan con la condición dada.



**Fig. 2.** Geoplano de madera y clavos en el que se muestran dos rectas secantes en  $(2,1)$ , representadas mediante bandas elásticas.

Para dar la solución en el modo de pensamiento analítico-aritmético, el alumno deberá elegir cómo designar las incógnitas y seguramente pensará en operaciones de forma tal que asignándole a las incógnitas los valores dados permitan obtener una igualdad numérica.

El docente podrá observar qué modos de pensamiento se ponen en juego y si se da interacción entre ambos pues algunos estudiantes podrían presentar tanto una representación gráfica como un sistema dado mediante sus ecuaciones. El docente podrá intervenir realizando preguntas como: ¿Cuántas ecuaciones tiene el sistema que dieron como ejemplo? ¿Es la única opción? ¿Habrán dado todos los compañeros de la clase el mismo sistema como ejemplo? ¿Por qué? ¿Es posible presentar un sistema de cinco ecuaciones lineales que cumpla la condición dada? ¿Por qué?

### 3 Algunos problemas detectados en el diseño de actividades para alumnos invidentes

Como ya se señaló en la sección anterior, para la elaboración del trabajo final del curso en línea, los docentes participantes debían diseñar una actividad del tipo “dar un ejemplo”, para el aprendizaje del concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, en este caso, utilizando el geoplano.

Interesa a continuación reseñar algunos de los problemas que se desprenden de las producciones de los cursillistas a la consigna anterior. Se entiende que estos ilustran las dificultades que supone pensar una actividad para un estudiante invidente y, sumado a esto, la dificultad de adaptar un recurso como el geoplano.

- Ejemplo de actividad propuesta para el estudiante: Utiliza el geoplano para encontrar la ecuación de una recta que con  $y = 4x - 2$  forme un sistema cuya solución única sea  $(1,5; 4)$ .

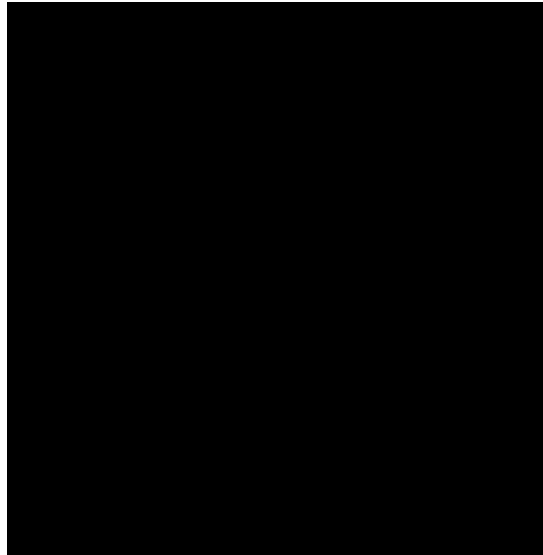
En este caso, el docente propone como par solución, uno cuyas coordenadas son decimales. Esto hace que sea muy difícil representar en el geoplano al menos dos rectas cuya intersección sea dicho punto ya que, como se recordará, los clavos del geoplano están ubicados en puntos de coordenadas enteras y son, por lo tanto, los que pueden distinguirse de inmediato a los efectos de enganchar las bandas elásticas para representar rectas en el plano cartesiano. Claro está que los estudiantes podrían pensar en otra ecuación que fuera verificada por el par dado y luego pensar en dos pares ordenados de coordenadas enteras para representarla en el geoplano, pero esto sin duda, complejiza la tarea y no aprovecha el diseño del geoplano.

- Ejemplo de actividad propuesta para el estudiante: Dado el siguiente sistema de ecuaciones y sabiendo además que su solución es  $(1, 1)$ , representa las ecuaciones en el geoplano.

$$\begin{cases} -5x + 2y = -3 \\ \frac{3x - y}{2} = 1 \end{cases}$$

Aquí el docente propone una de las ecuaciones con denominadores. Esto implica una dificultad adicional para el estudiante en la resolución de la tarea ya que el alumno invidente se apoya muchísimo en el cálculo mental. Con esto no se quiere decir que no sea importante apoyar el desarrollo de las habilidades de cálculo, pero al momento de diseñar la actividad debería enfatizarse en el objetivo de la misma que es reflexionar sobre el concepto de solución de un sistema de ecuaciones y no en aspectos operatorios, al menos en esta instancia.

- El sistema anterior da lugar a la siguiente representación gráfica realizada mediante GeoGebra (Figura 3):



**Fig. 3.** Representación gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas con solución única (1,1).

Por el tipo de rectas elegidas para la propuesta, obsérvese que sería difícil para el alumno invidente, distinguirlas mediante el tacto. Esto lleva a reflexionar que no alcanza con elegir un sistema de ecuaciones que tenga por solución el par (1, 1) sino que será necesario seleccionar un par de rectas que sean bien distinguibles una de otra, mediante el tacto, y con las que se pueda apreciar claramente que tienen un único punto en común.

#### **4 Conclusiones**

El dictado en línea de la unidad optativa Didáctica de la Matemática Accesible en el marco del Proyecto ESVI-AL permitió detectar una serie de problemas que surgen al momento de tener que diseñar tareas sobre el concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas con uso de geoplano, dirigidas a alumnos invidentes. Se observó que es necesario reflexionar seriamente sobre algunas variables didácticas implicadas en el diseño como ser: tipo de números involucrados en la operatoria (enteros, decimales, fraccionarios, etc.), pendiente de las rectas consideradas, complejidad de las ecuaciones propuestas (con o sin denominadores, signo del coeficiente de las variables de las ecuaciones, etc.). Con esta información se continuará profundizando en las altas demandas que implica el diseño de actividades de enseñanza dirigidas a alumnos invidentes o con baja visión.

**Agradecimientos.** Agradecemos al Proyecto ESVI-AL la financiación parcial para la realización de este artículo.

## Referencias

1. Oktaç, A., García, C., Ramírez, C., “Diseño de Actividades: Ejemplos de Álgebra lineal.” En: C. Dolores, G. Martínez, R. M. Farfán, C. Carrillo, I. López, C. Navarro (eds.), *Matemática Educativa. Algunos aspectos de la socioepistemología y la visualización en el aula*, 315-327. Ediciones Díaz de Santos, México (2007)
2. Ochoviet, C., “Sobre el concepto de *solución* de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.” Tesis doctoral no publicada. CICATA-IPN, México (2009)
3. Sierpinska, A., “On some aspects of students' thinking in linear algebra.” In: J.-L. Dorier (ed.), *On the Teaching of Linear Algebra* (pp. 209-246), Kluwer, Dordrecht (2000)