UNIVERSIDAD NACIONAL
DE MAR DEL PLATA

FACULTAD DE CIENCIAS
ECONÓMICAS Y SOCIALES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE MAR DEL PLATA

Facultad de Ciencias Económicas y Sociales

TESIS DE GRADO
Lic. en Economía

"Estimación de Curvas de Engel en Argentina"

Autor: Matías Carugati

Directora: Mg. Miriam Berges

Mar del Plata

Año 2008

UNIVERSIDAD NACIONAL
DE MAR DEL PLATA

FACULTAD DE CIENCIAS
ECONÓMICAS Y SOCIALES

TESIS DE GRADO

Lic. en Economía

"Estimación de Curvas de Engel en Argentina"

Autor: Matías Carugati

Directora: Mg. Miriam Berges

Comité evaluador:

Lic. Patricia Alegre
Mg. Miriam Berges
Lic. Antonio Rayó

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mis agradecimientos a todos aquellos que, de alguna forma u otra, me ayudaron y me apoyaron a lo largo de toda la carrera: a mi familia; a mi novia, María; a mis amigos; y especialmente a mi directora de tesis y tutora de beca, Miriam. Todos ustedes han aportado mucho a mi desarrollo como persona y a mi formación profesional, por eso quiero decirles ¡muchas gracias!

RESUMEN

El objetivo principal de esta tesis consiste en investigar el cumplimiento de la Ley de Engel en Argentina, con datos de gastos de consumo de los hogares, para el período 1996 – 1997. Se estimaron curvas de Engel para hogares de distinta composición demográfica mediante la regresión por kernel, método de regresión no paramétrico que permite evitar sesgos de especificación. Los resultados obtenidos indican que la proporción de gasto en alimentos de un hogar es decreciente respecto a su ingreso y creciente respecto a su tamaño, comprobándose el cumplimiento de la Ley de Engel. Asimismo, se determinó que el patrón de consumo de alimentos de un hogar no es independiente de su estructura demográfica y que existen economías de escala en el consumo de alimentos.

Palabras claves: Ley de Engel – Curvas de Engel – Regresión por kernel – Regresión no paramétrica – Argentina

ABSTRACT

The main objective of this thesis is to investigate the fulfilment of Engel's Law in Argentina, with household expenditure data, for the period 1996 – 1997. Engel curves for households of different demographic composition where estimated by kernel regression, a nonparametric method that avoids misspecification errors. The obtained results indicate that the household food budget share decreases with income and increases with size, verifying the fulfilment of Engel's Law. Moreover, it was established that the household food consumption pattern is not independent of its demographic structure, and that economies of scale in food consumption exist.

Key Words: Engel's Law – Engel Curves – Kernel regression – Nonparametric regression – Argentina

ÍNDICE:

INTRODUCCIÓN:

Dentro de la microeconomía, el estudio del consumo de los hogares y del comportamiento de los consumidores posee un rol central, debido a la posibilidad de aplicación a investigaciones sobre la distribución y el bienestar. La medición económica del bienestar se realiza considerando el consumo y el ingreso como indicadores del nivel de vida de un hogar. Ernst Engel, en 1857, realizó una de las primeras investigaciones respecto a este tema, analizando datos referidos a Bélgica. La importancia de su trabajo radica en dos aspectos: (i) estableció la “Ley de Engel”, que establece que el gasto en alimentos es una función creciente del ingreso y del tamaño del hogar, con el porcentaje de gasto en alimentos disminuyendo a medida que se incrementa el ingreso; (ii) a partir de su trabajo, la relación existente entre el consumo de un bien y el ingreso del consumidor se denomina “curva de Engel”.

Desde entonces, el análisis del comportamiento del consumidor y del consumo de los hogares ha logrado un considerable avance, tanto a nivel teórico como empírico. En particular, el análisis de las curvas de Engel comenzó con trabajos descriptivos, que emplearon el método inductivo para tratar de obtener otras “leyes” respecto al comportamiento de los consumidores (ver, por ej. Schwabe, 1868).

Posteriormente, el concepto de curva de Engel fue incorporado a la teoría económica. Simultáneamente, diversos autores trataron de estimar las curvas empíricamente, en distintas economías y períodos de tiempo (Del Vecchio, 1912; Ogburn, 1919; Allen y Bowley, 1935; entre otros), mediante métodos de regresión paramétricos.

El avance de la Econometría ha permitido a los investigadores una mayor flexibilidad en la formulación, estimación y testeo de formas funcionales de las curvas de Engel. Debido a ello fue posible obtener resultados más consistentes, por lo que los análisis realizados con los mismos incrementaron su confiabilidad.

Generalmente, los estudios empíricos sobre el consumo utilizan métodos de regresión paramétricos, especificando una función determinada consistente con las restricciones que impone la teoría económica. Luego, estiman dicha función teórica y realizan diversos tests a la misma, para verificar la consistencia de los resultados obtenidos.

Aplicando esta metodología a la estimación de curvas de Engel, se han analizado distintos tipos de formas funcionales, siendo la más empleada, por sus buenas propiedades, la forma Working – Leser (1963). Alternativamente, otros autores derivan la forma funcional de la curva de Engel a partir de un sistema de demanda previamente especificado (por ej. el AIDS de Deaton y Muellbauer, 1980).

Sin embargo, esta aproximación econométrica, que algunos autores llaman “clásica”, posee ciertas limitaciones, al margen de considerar las ventajas y desventajas de las distintas formas funcionales propuestas. Una de estas limitaciones consiste en que se asume, implícita o explícitamente, que todos los consumidores poseen curvas de Engel iguales, lo que en la realidad es muy difícil de verificar.

Asimismo, la forma funcional de la curva de Engel a estimar muchas veces se plantea en base a consideraciones prácticas, más que teóricas. La elección de una forma funcional consistente con la teoría económica no resulta sencillo, dado que las formas teóricamente aceptables son numerosas y la probabilidad de elegir la correcta, entonces, sería muy pequeña.

Esto puede conducir a sesgos de especificación en la forma funcional de la curva de Engel, lo que introduce distorsiones en los resultados obtenidos y, por ende, en los análisis realizados con ellos. La estimación de una forma funcional incorrecta puede producir estimadores sesgados, inconsistentes e ineficientes, intervalos de confianza demasiado amplios, inaplicabilidad de procedimientos de prueba de hipótesis, etc. (Gujarati, 1997).

Un enfoque alternativo para la estimación de curvas de Engel ha surgido con el avance de la Econometría, que permite sortear el problema del error de especificación de la función. Los métodos de regresión no paramétricos permiten que sean los datos los que determinen la forma funcional de la curva de Engel, obteniéndose una curva de Engel "empírica" que es sometida a un análisis de consistencia con las restricciones que impone la teoría económica.

Existen varias razones por las que resulta importante estimar correctamente las curvas de Engel. En primer lugar, las mismas pueden ser utilizadas para calcular la elasticidad-ingreso de los bienes y determinar a que categoría corresponden (bienes inferiores, necesarios o de lujo, dependiendo del valor del coeficiente de elasticidad).

En segundo lugar, la especificación de las curvas de Engel resulta importante para analizar las respuestas del consumidor frente a medidas de política económica, así como el impacto de las mismas sobre el bienestar de la sociedad. A modo de ejemplo, puede utilizarse la información obtenida de las curvas de Engel para determinar el impacto sobre el bienestar de los consumidores de una política impositiva determinada.

En tercer lugar, la estimación de las curvas de Engel permite analizar las diferencias en la estructura de gasto de hogares con distintas características sociodemográficas, estimar el impacto de cambios demográficos sobre la demanda de bienes y calcular escalas de equivalencia.

En cuarto lugar, la correcta especificación de las curvas permite estudiar la respuesta de los consumidores a cambios en sus niveles de ingreso, analizando el impacto que tiene sobre el bienestar de los consumidores.

Por último, del análisis de las curvas de Engel se pueden obtener los senderos de expansión, permitiendo realizar aportes importantes al estudio de la preferencia revelada sobre datos microeconómicos (Blundell, Browning y Crawford, 1997).

Para Argentina, existen pocos antecedentes respecto a la estimación de curvas de Engel. Uno de ellos es el trabajo de Rodríguez, Berges y Casellas (2001), quienes estimaron curvas de Engel de alimentos con datos de la Encuesta Nacional de Gastos de los Hogares 1996 – 1997, realizada por el INDEC. El otro antecedente reciente corresponde al trabajo de Pizzolitto (2007), quien empleó datos de una encuesta del Banco Mundial. La falta de investigaciones aplicadas a nuestro país sobre este tema es una razón adicional por la cual se realiza este trabajo.

Por lo anteriormente expuesto, se plantean los siguientes objetivos e hipótesis de trabajo de esta investigación:

1.1 - Objetivo general:

- Investigar el cumplimiento de la Ley de Engel en Argentina, con datos de gastos de consumo de los hogares, para el período 1996 – 1997.

1.2 - Objetivos particulares:

1. Analizar la relación entre gasto en alimentos y gasto total para hogares de distinta composición demográfica.

2. Determinar para las características demográficas para las cuales las curvas de Engel difieren en forma significativa.

3. Estimar, mediante técnicas de regresión no paramétricas, curvas de Engel de alimentos para Argentina.

4. Analizar la existencia de economías de escala en el consumo de alimentos en hogares de distinta composición.

1.3 - Hipótesis de trabajo:

1. De acuerdo con la Ley de Engel, la proporción de gasto en alimentos es decreciente a medida que aumenta el nivel de gasto total.

2. La disminución en la proporción del gasto en alimentos es menor para hogares más pobres (con menor nivel de gasto total), que para hogares más ricos.

3. De acuerdo con la Ley de Engel, la proporción de gasto en alimentos es creciente a medida que se incrementa el tamaño del hogar, manteniendo el gasto total constante.

4. La diferencia de gustos y/o necesidades de adultos y niños de un hogar se ve reflejada en su patrón de consumo de alimentos.

5. A medida que incrementan su gasto total, los hogares de mayor tamaño presentan economías de escala en el consumo de alimentos.

Los datos que se utilizarán en la estimación de las curvas se obtuvieron de la Encuesta Nacional de Gasto de los Hogares (ENGH) realizada por el Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC) de la República Argentina. Si bien se ha realizado dicha encuesta entre los años 2004 y 2005, los datos no están disponibles para su utilización. Por lo tanto, se emplean los datos que surgen de la ENGH anterior, realizada entre los años 1996 y 1997.

La estructura del trabajo es la siguiente. En la segunda sección se brinda una explicación teórica respecto a las curvas de Engel, describiendo cómo pueden derivarse a partir de la teoría del comportamiento del consumidor. Asimismo, se reseñan las principales investigaciones empíricas al respecto, tratando de detallar sus principales características, ventajas y desventajas.

En la tercera sección se explican los principales aspectos teóricos de la regresión no paramétrica, sus ventajas respecto a la regresión paramétrica tradicional y sus limitaciones. Asimismo, se realiza una explicación de la técnica no paramétrica empleada en esta tesis, justificando su elección.

En la cuarta sección se describen las principales características de los datos empleados, así como la forma en que fueron reestructurados para la investigación. Se presenta un análisis preliminar de los mismos, de forma tal que se puedan realizar ciertas observaciones respecto al patrón de consumo de los hogares.

En la quinta sección se presentan las estimaciones de las curvas de Engel de alimentos para distintos tipos de hogar. Finalmente, en la sexta y última sección se brindan las principales conclusiones del análisis de las curvas estimadas, tratando de brindar una explicación satisfactoria para las regularidades y diferencias encontradas, que puede ser de utilidad con fines de política económica.

MARCO TEÓRICO:

2 - Teoría Microeconómica:

Las curvas de Engel son funciones que describen cómo el gasto de un consumidor en un bien o servicio está relacionado con su ingreso total, manteniendo los precios constantes. Teóricamente, las mismas se derivan de las funciones de demanda, que relacionan las cantidades demandadas de los distintos bienes con los precios de los mismos, el ingreso del consumidor, sus preferencias y otras características sociodemográficas relevantes. A su vez, las funciones de demanda se derivan de la teoría del consumidor, que supone que cada consumidor elige la combinación de bienes disponibles en el mercado de forma tal que maximiza su utilidad, dada su restricción presupuestaria.

Por lo tanto, resulta conveniente presentar un breve repaso de dicha teoría, para pasar luego a la descripción de las propiedades que deben cumplir las curvas de Engel, para ser consistentes con la teoría microeconómica.

2.1 - Las preferencias del consumidor

El análisis microeconómico estándar supone que el consumidor tiene unas determinadas preferencias respecto a las cestas de consumo de *X*, que es su conjunto de consumo. Las preferencias permiten ordenar el conjunto de cestas y deben satisfacer determinadas propiedades o "**axiomas de elección**":

Axioma 1: Completitud. Cualesquiera que sean las cestas *x* e *y*, pertenecientes a *X*, o bien $x \succsim y$ (se lee, "el consumidor piensa que la cesta *x* es, al menos, tan buena como la *y*"), o bien $y \succsim x$, o ambos[1]. Significa que si dos cestas de consumo pueden ser comparadas, el consumidor puede juzgar cuál de ellas es mejor (pudiendo ser consideradas igualmente buenas, incluso).

Axioma 2: Reflexividad. Cualquiera que sea *x*, perteneciente a *X*, $x \succsim x$. Este axioma implica que una cesta cualquiera es tan buena como ella misma. Resulta un axioma necesario desde el punto de vista matemático, pero trivial desde el punto de vista práctico.

Axioma 3: Transitividad. Cualesquiera que sean *x*, *y* y *z*, pertenecientes a *X*, si $x \succsim y$, e $y \succsim z$, entonces $x \succsim z$. Este axioma es necesario para analizar la maximización de las preferencias, y asegura que las preferencias del consumidor son consistentes.

Axioma 4: Continuidad. Cualquiera que sea *y* perteneciente a *X*, los conjuntos $\{x : x \succsim y\}$ y $\{x : x \precsim y\}$ son conjuntos cerrados. Asimismo, $\{x : x \succ y\}$ y $\{x : x \prec y\}$ son conjuntos abiertos. Este supuesto es necesario para excluir algunas conductas discontinuas. La consecuencia más importante de la continuidad es que si *y* se prefiere estrictamente a *z* y si *x* es una cesta suficientemente cercana a *y*, *x* debe preferirse estrictamente *z*.

Axioma 5: Insaciabilidad local. Dada una cesta *x* perteneciente a *X* y un $\in$ tal que $\in > 0$, existe una cesta *y* perteneciente a *X* tal que $|x - y| < \in$, que cumple con *y*

---

[1] Dada una ordenación $\succsim$ que describa una "preferencia débil", podemos definir una ordenación $\succ$ que describa una preferencia estricta: $x \succ y$ quiere decir que "*x* se prefiere estrictamente a *y*". De la misma manera, podemos definir el concepto de indiferencia que representamos mediante el símbolo $\sim$, diciendo que $x \sim y$ si y sólo si $x \succsim y$ e $y \succsim x$.

$\succ x$. Este supuesto significa que siempre es posible mejorar, incluso aunque sólo se introduzcan pequeñas variaciones en la cesta de consumo.

Axioma 6: Convexidad. Dados x, y y z pertenecientes a X tal que $x \succeq y$ e $y \succeq z$, entonces $tx + (1 - t)y \succ z$ cualquiera sea t tal que $0 \leq t \leq 1$.

Axioma 6': Convexidad estricta. Dados x, y y z pertenecientes a X, si $x \succeq z$ e $y \succeq z$, entonces $tx + (1 - t)y \succ z$ cualquiera sea t tal que $0 < t < 1$.[2]

Los axiomas 1 a 4 son suficientes para poder representar las preferencias de ordenamiento mediante una función de utilidad. Es decir, las preferencias se representan mediante una función $u(x)$ tal que $x \succ y$, si y sólo si $u(x) > u(y)$.
Si la ordenación de preferencias es completa, reflexiva, transitiva y continua, puede representarse por medio de una función de utilidad continua (Varian, 1978; Deaton y Muellbauer, 1980). La característica más importante de las funciones de utilidad es su carácter ordinal. Si $u(x)$ representa unas determinadas preferencias débiles ($\succeq$) y f es una transformación monótona de $u(x)$, $f[u(x)]$ representará exactamente las mismas preferencias, ya que $f[u(x)] \geq f[u(y)]$ si y sólo si $u(x) \geq u(y)$. Es posible establecer otros supuestos, que no forman parte de los axiomas, sobre las preferencias del consumidor, pero que resultan útiles en el análisis:

<u>Supuesto 1: Monotonicidad débil.</u> Si $x \geq y$, entonces $x \succeq y$. Esto implica que una cesta que contenga como mínimo la misma cantidad de bienes que otra es, como mínimo, igual de buena que ésta.

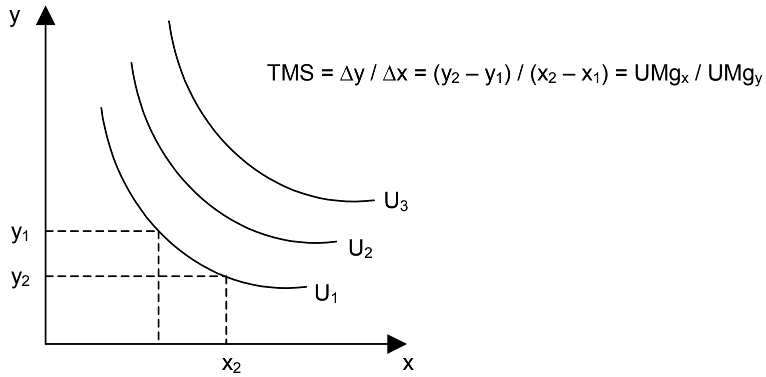
<u>Supuesto 2: Monotonicidad fuerte.</u> Si $x \geq y$ y $x \neq y$, entonces $x \succ y$. Implica que una cesta que contenga como mínimo la misma cantidad de todos los bienes que otra, y más de alguno de ellos, es estrictamente mejor que ésta, lo que significa suponer que los bienes son "buenos" o "deseables". Esta propiedad también es conocida como "más es mejor", en el sentido que una cesta con mayor cantidad de bienes le brinda mayor utilidad al consumidor que otra con menor cantidad de bienes y, por lo tanto, prefiere aquella a esta última. Asimismo, la monotonicidad fuerte implica la insaciabilidad local, pero no viceversa (Varian, 1978).

Las ordenaciones de las preferencias suelen representarse gráficamente. El conjunto de todas las cestas de consumo indiferentes entre sí se denomina *curva de indiferencia*. Es decir, una curva de indiferencia representa las distintas combinaciones de bienes que le reportan una misma utilidad o satisfacción al consumidor. La pendiente de estas curvas se denomina "*Tasa Marginal de Sustitución*" (TMS) e indica la cantidad de unidades de un bien que un consumidor está dispuesto a dejar de consumir, para poder consumir una unidad adicional del otro bien, manteniendo constante el nivel de utilidad total. El Gráfico Nº 1, que detalla el *mapa de indiferencia*[3] de un consumidor, muestra lo anteriormente descrito.

---

[2] Matemáticamente, y refiriéndonos a una curva determinada, la convexidad estricta implica que ésta no posee ningún tramo recto.
[3] El *mapa de indiferencia* de un consumidor es el conjunto completo de curvas de indiferencia de éste. Para clarificar la exposición solamente se detallan tres curvas en el gráfico, aunque hay que tener en cuenta que como el mapa es completo, la cantidad de curvas de indiferencia es infinita.

GRÁFICO N° 1: MAPA DE INDIFERENCIA



El axioma de convexidad implica que un consumidor prefiere los puntos medios a los extremos. Ello significa que si se uniesen dos puntos de una misma curva de indiferencia con una línea recta, cualquier punto de ésta representa un nivel de utilidad superior. Este axioma se garantiza con la existencia de preferencias estrictamente convexas, que implican que las curvas de indiferencia son estrictamente curvadas, excluyendo cualquier tramo recto.

La convexidad estricta, a su vez, es una generalización del supuesto de TMS decreciente, que significa que a medida que se consume una cantidad mayor de un bien, es de esperar que el consumidor prefiera renunciar a cantidades cada vez menores de otros bienes para obtener unidades adicionales del primero. Este hecho se deriva de que la utilidad total que brinda el consumo de cualquier bien es positiva y creciente, pero su tasa de crecimiento (su utilidad marginal[4]) es decreciente, porque el consumidor se va saciando a medida que consume unidades adicionales del bien en cuestión (Pyndick, y Rubinfeld, 1998).

Por último, el supuesto de monotonicidad fuerte implica que curvas de indiferencia más altas implican un mayor nivel de utilidad o satisfacción para el consumidor. Para comprobarlo gráficamente, considérese la cesta de bienes (x_1, y_1) que corresponde a la curva de indiferencia U_1. Si se mantienen constantes las unidades de *y*, y se aumentan las unidades de *x*, entonces el consumidor posee una cesta de bienes que incluye a la anterior. Si se cumple el supuesto de monotonicidad fuerte, entonces, este consumidor prefiere la nueva cesta de bienes a la original, por lo tanto la curva de indiferencia para la nueva cesta debe encontrarse sobre la curva de indiferencia de la cesta original.

Por lo tanto, en el gráfico anterior, las combinaciones de bienes que se representan en la curva de indiferencia U_2 le reportan mayor nivel de utilidad al consumidor que las combinaciones de bienes de la curva U_1. Asimismo, las combinaciones de bienes representadas por la curva de indiferencia U_3 le reportan mayor nivel de utilidad al consumidor que las combinaciones de bienes de la curva U_2.

2.2 - La conducta del consumidor

La hipótesis básica de la cual parte el análisis de la conducta del consumidor consiste en que el consumidor racional siempre elige, del conjunto de opciones posibles, la cesta por la que muestra una mayor preferencia.

En el problema básico de maximización de preferencias, el conjunto de opciones posibles es el conjunto de todas las cestas que satisfacen la restricción

[4] La utilidad marginal de un bien (UMg) indica el incremento en la utilidad total que le reporta el consumo de una unidad adicional al consumidor.

presupuestaria del consumidor. Sea *m* un escalar correspondiente al ingreso total del consumidor, $p = (p_1, \dots, p_k)$ el vector de los precios de los bienes *1, … , k* y *q* el vector de cantidades consumidas de los bienes *1, … , k*. El problema de maximización de las preferencias puede expresarse, entonces, de la siguiente forma:

$$\text{máx } u = u(q), \text{ sujeto a } pq \leq m \qquad (1)$$

Si las preferencias satisfacen la propiedad de insaciabilidad local, una cesta de bienes maximizadora de la utilidad debe cumplir la restricción presupuestaria con igualdad. Ello se debe a que si obtener más bienes siempre mejora el bienestar del consumidor, éste tendrá incentivos a obtener la mayor cantidad de bienes posibles, dado su nivel de ingreso total. Entonces, es posible reformular el problema de maximización de las preferencias de la siguiente forma:

$$\text{máx } u = u(q), \text{ sujeto a } pq = m \qquad (2)$$

La solución para este problema de maximización de utilidad consiste en una función que relaciona *m* y *p* con la cesta demandada por el consumidor. La misma se denomina *función de demanda Marshalliana* y se representa de la siguiente forma: *g(m, p)*. Simplemente indica las cantidades de bienes que un consumidor demanda, para distintos niveles de ingreso total y precio, y que maximizan su utilidad[5]. Para que dicha función esté bien definida, resulta necesario establecer algunos supuestos.

Primero, se supone que hay una única cesta que maximiza la utilidad a cada precio e ingreso. La condición de convexidad estricta garantiza el cumplimiento de este supuesto (Varian, 1978).

Segundo, la función de demanda es homogénea de grado cero en *(m, p)*. Esto significa que si multiplicamos los precios y el ingreso total del consumidor por un número positivo (cualquiera sea éste), el conjunto presupuestario no varía y, por lo tanto, tampoco varía la cesta demandada por el consumidor que resuelve su problema de maximización de utilidad. En términos formales:

$$g(jm, jp) = j^0 g(m,p) = g(m,p) \qquad (3)$$

La conducta optimizadora del consumidor puede establecerse matemáticamente, en la medida en que la función de utilidad sea continua y diferenciable. Planteando el mismo problema de maximización, y utilizando el método de Lagrange, puede establecerse el siguiente lagrangiano (*L*):

$$\text{máx } u = u(q), \text{ sujeto a } pq = m$$

$$L = u(q) + \lambda(m - pq) \qquad (4)$$

Donde λ es el multiplicador de Lagrange, que se asimila al concepto de utilidad marginal del dinero. Diferenciando *L* respecto a q_i, obtenemos las condiciones de primer orden para la maximización de la utilidad:

$$\frac{\partial u(q)}{\partial q_i} - \lambda p_i = 0, \text{ siendo } i = 1, \dots, k. \qquad (5)$$

[5] Para facilitar la exposición no se considera explícitamente, por el momento, la dependencia de las funciones de demanda de las características sociodemográficas del consumidor. Cuando se aborde el concepto de Curva de Engel se retomará esta dependencia.

El primer término del miembro izquierdo de la ecuación corresponde a la utilidad marginal del bien *i*. Despejando el vector de precios de las condiciones de primer orden, y dividiéndolas para los bienes *i* y *j*, podemos eliminar el multiplicador de Lagrange. De esta forma, tenemos que:

$$\frac{\frac{\partial u(q)}{\partial q_i}}{\frac{\partial u(q)}{\partial q_j}} = \frac{p_i}{p_j}, \text{ siendo } i, j = 1, \dots, k. \qquad (6)$$

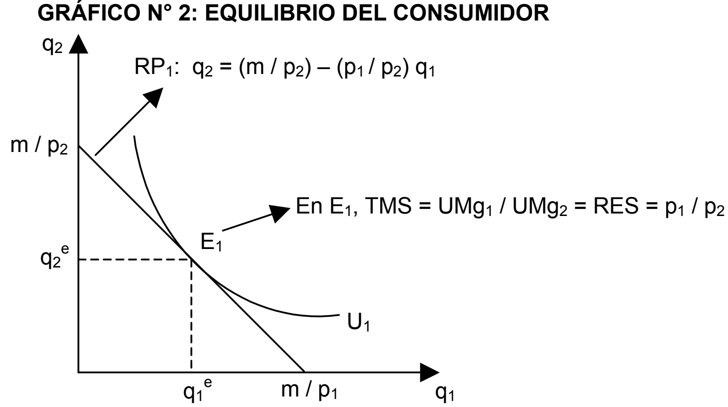
El cociente entre las utilidades marginales de los bienes *i* y *j* es la tasa marginal de sustitución (TMS) entre dichos bienes, mientras que el cociente del segundo miembro se denomina *relación económica de sustitución* (RES) entre los bienes *i* y *j*. La RES es simplemente la relación de precios entre ambos bienes, e indica cuántas unidades del bien *j* son necesarias para adquirir en el mercado una unidad adicional del bien *i*.

La maximización de la utilidad implica que estas dos relaciones son iguales para la cesta maximizadora de utilidad. En otras palabras, la igualdad entre la TMS y la RES significa que la cantidad del bien *j* que está dispuesto a sacrificar el consumidor para aumentar su consumo del bien *i*, es igual a la cantidad que el mercado exige que sacrifique del bien *j* para aumentar el consumo del bien *i*. Si en dicho punto no fueran iguales la TMS y la RES, sería posible para el consumidor alterar la cantidad que consume de ambos bienes y aumentar la utilidad total, lo que estaría contradiciendo al supuesto de maximización de utilidad del que partió el análisis.

Las condiciones de segundo orden, necesarias para resolver el problema de maximización de la utilidad, requieren que el hessiano orlado que se puede formar con el lagrangiano *L* sea definido positivo, para obtener un máximo restringido en el punto analizado. En este caso, la combinación de bienes que satisfacen ambas condiciones, será maximizadora de utilidad. La solución del problema planteado inicialmente, entonces, nos brinda un sistema completo de demandas Marshallianas *g(m, p)*[6]. Si se sustituye *g* en la función de utilidad *u* original, entonces se puede obtener el nivel de utilidad máximo, sujeto a la restricción presupuestaria del consumidor.

Aplicado al caso de 2 bienes, el Gráfico Nº 2 expresa el argumento anterior de forma geométrica.

GRÁFICO N° 2: EQUILIBRIO DEL CONSUMIDOR



[6] Recuerde que en el problema inicial, *máx u = u(q), sujeto a pq = m, p* es un vector de precios, *q* es el vector de cantidades consumidas de cada bien y *m* es un escalar que corresponde al ingreso total, por lo que la solución del mismo consiste en funciones de demanda para cada uno de los bienes considerados.

La restricción presupuestaria del consumidor viene dada por $p_1q_1 + p_2q_2 = m$. Despejando q_2, se obtiene una recta cuya pendiente es $– p_1/p_2$ y con una ordenada al origen m/p_2. El problema del consumidor consiste en encontrar una cesta de bienes que se encuentre sobre la recta presupuestaria (debido a la propiedad de insaciabilidad local) y que le brinde la máxima utilidad posible (es decir, que alcance la curva de indiferencia más alta posible). La resolución geométrica de este problema se obtiene si se satisface la condición de tangencia entre la recta presupuestaria y una de las curvas de indiferencia. Dicha condición indica que la pendiente de la curva de indiferencia debe ser igual a la pendiente de la recta presupuestaria, para la cesta de consumo maximizadora de la utilidad. Como se estableció anteriormente, la pendiente de la curva de indiferencia es la TMS, mientras que la pendiente de la recta presupuestaria es la RES. Por lo tanto, geométricamente se obtiene la misma solución que mediante el cálculo diferencial. El equilibrio muestra, en este caso, la combinación de bienes que maximiza la utilidad del consumidor, dada su restricción presupuestaria.

2.2.1 - La función de utilidad indirecta y la función de costo

En la sección precedente, se formuló el problema del consumidor como un problema de maximización de la utilidad sujeta a un ingreso total, que actúa como restricción presupuestaria. La solución del mismo permite obtener una combinación de bienes que maximiza un nivel de utilidad específico. Se puede reformular el problema anterior de la siguiente manera: ahora el problema es seleccionar una cesta de bienes que minimice el costo necesario para alcanzar un nivel de utilidad u. El vector de bienes obtenido como solución será, en ambos casos, el mismo. Los dos problemas mencionados son descriptos, generalmente, como problemas "duales".

Problema original: maximizar $u = u(q)$ sujeto a $pq = m$

Problema dual: minimizar $m = pq$ sujeto a $u(q) = u$

En el problema original, la solución es un sistema de demandas Marshallianas $g(m, p)$. Sin embargo, en el problema dual las variables son u y p, obteniéndose las mismas soluciones pero expresadas como funciones de dichas variables. Las nuevas funciones de demanda, minimizadoras de costo, se definen como $h(u, p)$ y son conocidas como *funciones de demanda Hicksianas o compensadas*. Se denomina compensada debido a que se considera que se construye alterando los precios y el costo con el fin de mantener fijo el nivel de utilidad del consumidor.

Como las soluciones a ambos problemas coinciden, se puede escribir, para $i = 1, \dots, k$:

$$q_i = g_i(m, p) = h_i(u, p) \qquad (7)$$

Si se sustituye cada una de estas soluciones en los respectivos problemas obtenemos, primero, el máximo nivel de utilidad posible (ecuación 2) y, segundo, el mínimo costo posible (ecuación 3). Formalmente:

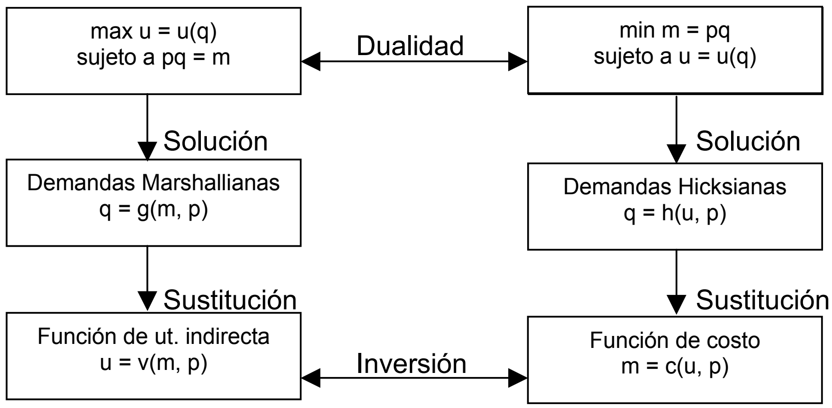
$$u = u(q_1,...,q_k) = u[g_1(m,p),...,g_k(m,p)] = v(m,p) \qquad (8)$$

$$m = \sum p_k h_k(u,p) = c(u,p) \qquad (9)$$

La función $v(m, p)$ se conoce como *función de utilidad indirecta*, e indica el máximo nivel de utilidad alcanzable dados los precios p y un gasto total m. La función $c(u, p)$ es conocida como la *función de costo*, e indica el mínimo costo de obtener un nivel de utilidad u, dados unos precios p.

Dado que $c(u, p) = m$, se puede invertir la función de costo para obtener una función de utilidad determinada por m y p. Este procedimiento dará como resultado $u = v(m, p)$. Alternativamente, la inversión de $u = v(m, p)$ dará como resultado $m = c(u, p)$. Ambas funciones son formas alternativas de detallar la misma información. El Cuadro Nº 1, extraído de Deaton y Muellbauer (1980), resume lo anteriormente escrito:

CUADRO Nº 1: RESUMEN



Fuente: Deaton y Muellbauer (1980)

Es posible, comenzando desde las funciones de costo o de utilidad indirecta, recuperar funciones de demanda y preferencias del consumidor. Pero primero resulta necesario establecer ciertas propiedades de la función de costo $c(p, u)$:

1. La función de costo es creciente en u, no decreciente en p, y creciente en, al menos, un precio. Esto significa que el consumidor debe gastar más para incrementar su nivel de utilidad. Asimismo, implica que frente a aumentos en los precios el consumidor gasta, por lo menos, lo mismo que antes para mantener el mismo nivel de utilidad.

2. La función de costo es homogénea de grado 1 en p. Esto quiere decir que $c(jp, u) = j^1 c(p, u)$ si $j > 0$. Significa que, por ejemplo, si los precios se duplican, es necesario que el costo total también lo haga para que el consumidor disfrute del mismo nivel de bienestar que antes.

3. La función de costo es cóncava en los precios. Esto implica que frente a aumentos en los precios, los costos aumentan linealmente. Ello se debe a que como el consumidor minimiza sus costos, reordena sus compras al variar los precios.

4. La función de costo es continua en p, y las derivadas primera y segunda con respecto a p existen en todo el dominio de la función salvo en un vector de precios específico.

5. Donde existen, las derivadas parciales de la función de costos respecto a los precios son las funciones de demanda Hicksianas (propiedad conocida como *Lema de Shephard)*. Formalmente:

$$\frac{\partial c(u,p)}{\partial p_i} \equiv h_i(u,p) = q_i \qquad (10)$$

Las funciones de demanda Hicksianas no son directamente observables ya que dependen de la utilidad, que no lo es. Pero como se establece en la propiedad 5, por el Lema de Shephard, es posible obtenerlas a partir de la función de costo.

Por el contrario, las funciones de demanda Marshallianas sí son observables, ya que dependen del ingreso total y de los precios, que también lo son. Así como el Lema de Shephard permitía obtener funciones de demanda Hicksianas a partir de la función de costo, la llamada *Identidad de Roy* permite obtener curvas de demanda Marshallianas a partir de la función de utilidad indirecta. Dicha identidad plantea que si *g(p, m)* es la función de demanda Marshalliana, entonces:

$$q_i = g_i(p,m) = \frac{\frac{\partial v(p,m)}{\partial p_i}}{\frac{\partial v(p,m)}{\partial m}}, \textit{ siendo } i = 1, \dots ,k \qquad (11)$$

Siempre que el segundo miembro esté bien definido y que $p_i > 0$ y $m > 0$.

Es posible, mediante la aplicación de lo explicado anteriormente, obtener demandas Marshallianas partiendo de la función de costo observada del consumidor. Los pasos a seguir para ello son los siguientes:

1) Determinada la función de costo *c(u, p)*, diferenciarla con respecto a los precios, para obtener demandas Hicksianas *h(u, p)*.
2) Invertir la función *c(u, p)* para obtener la función de utilidad indirecta *v(m, p).*
3) Sustituir *v(m, p)* en *h(u, p)* para obtener demandas Marshallianas *g(m, p)*.

2.2.2. - Propiedades de la función de demanda

Las funciones de demanda, tanto Marshallianas como Hicksianas, poseen ciertas propiedades, que son necesarias tener en cuenta para análisis posteriores, ya que permiten testear la validez de los modelos estimados empíricamente.

Propiedad 1: Aditividad. El valor total de ambas demandas es igual al ingreso total. Formalmente:

$$\sum p_i h_i(u,p) = m \qquad \sum p_i g_i(m,p) = m \qquad (12)$$

Propiedad 2: Homogeneidad. Las demandas Hicksianas son homogéneas de grado cero en precios, mientras que las demandas Marshallianas lo son en precios e ingreso total. Formalmente, para cualquier escalar $j > 0$:

$$h_i(u, jp) = h_i(u,p) \qquad g_i(jm, jp) = g_i(m,p) \qquad (13)$$

Para la función de demanda Marshalliana, esta propiedad puede expresarse en términos de derivadas:

$$\sum_k p_k \frac{\partial g_i}{\partial p_k} + m\frac{\partial g_i}{\partial m} = 0 \qquad (14)$$

Esto implica que cambios proporcionales en *p* y en *m* dejarán las compras del bien *i* inalteradas.

Propiedad 3: Simetría. Las derivadas precio-cruzadas de las demandas Hicksianas son simétricas. Formalmente, para cualquier i ≠ j:

$$\frac{\partial h_i(u,p)}{\partial p_j} = \frac{\partial h_j(u,p)}{\partial p_i} \qquad (15)$$

Propiedad 4: Negatividad. La matriz *n x n* formada por los elementos $\partial h_i / \partial p_j$ es semidefinida negativa. Esta propiedad surge de una propiedad de derivación. Los elementos $\partial h_i / \partial p_j$ que conforman la matriz son las derivadas segundas de la función cóncava *c(u, p)* (recordar que la función de demanda Hicksiana se obtiene derivando la función de costo respecto a los precios) y, por lo tanto, dicha matriz es semidefinida negativa.

Denominando s_{ij} a $\partial h_i / \partial p_j$, la matriz que se forma con estos elementos se denota *S*, y se la conoce como *matriz de sustitución o matriz de Slutsky*. Por las propiedades 3 y 4, la misma es simétrica y semidefinida negativa. La negatividad, además, implica que los elementos de la diagonal principal de *S* deben ser no positivos ($s_{ii} \leq 0$). Entonces, un incremento en el precio de un bien debe provocar que su demanda disminuya o, por lo menos, se mantenga inalterada.

Las propiedades de aditividad y homogeneidad son consecuencias de especificar una restricción presupuestaria lineal. Las propiedades de simetría y negatividad surgen de la existencia de preferencias consistentes. Por una parte, la simetría es una garantía y una prueba de la consistencia de elección del consumidor. Por otra parte, la negatividad se deriva de la concavidad de la función de costo, que se debe a que los costos son minimizados o, de forma equivalente, que la utilidad es maximizada. Por lo tanto, estas últimas dos propiedades son las consecuencias de los Axiomas 1 a 5 vistos anteriormente.

La propiedad de simetría puede ser considerada, al mismo tiempo, como una propiedad de integrabilidad, dado que si existen funciones de demanda que la satisfacen, puede ser construido un indicador de utilidad (Samuelson, 1950). El significado económico de la integrabilidad es la consistencia en las elecciones del consumidor. Si las propiedades de simetría y negatividad se satisfacen, entonces se puede derivar una ecuación de demanda de la maximización del indicador de utilidad que la propiedad de integrabilidad permite construir.

La ventaja de conocer estas propiedades consiste en que con ellas se pueden formular modelos empíricos teóricamente consistentes, como han hecho numerosos autores. Asimismo, se puede testear si los modelos de demanda estimados empíricamente se condicen con la teoría, por medio de la realización de diversos tests que evalúen el cumplimiento de las propiedades anteriormente descriptas.

2.3 - Las curvas de Engel

Una curva de Engel es una función que describe cómo las cantidades consumidas de un bien o servicio están relacionadas con el total de ingresos del hogar[7] y con sus características sociodemográficas, manteniendo los precios constantes. Su nombre proviene del pionero trabajo de Ernst Engel (1857), quien investigó sistemáticamente por primera vez la relación entre consumo e ingreso. Las curvas de Engel son importantes dentro del análisis económico, habiéndose empleado en numerosos contextos: análisis de políticas impositivas, políticas de bienestar, teoría de crecimiento, comercio internacional, etc.

Hablando de forma general, dentro del análisis económico, las diferencias en los patrones de consumo de los hogares son atribuidas a variaciones en los precios o

[7] En las secciones anteriores la unidad de consumo era el individuo. A partir de esta sección se tomará como unidad al hogar, dado que de acuerdo a los datos empleados solo se pueden estimar curvas de Engel para los hogares.

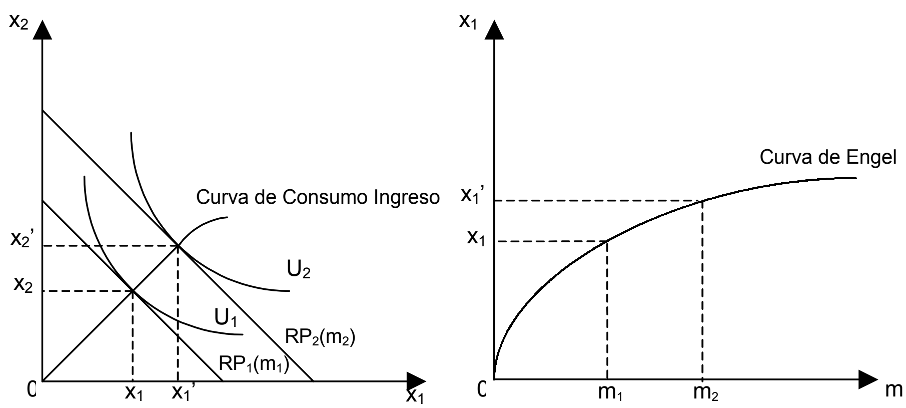
en los niveles de ingreso disponible, ya que éstos son los únicos factores económicos que varían entre los hogares. Refiriéndonos específicamente a las curvas de Engel, sólo se consideran variaciones en el ingreso disponible, ya que se supone que los precios son constantes e iguales para todos los hogares.

Sin embargo, cuando se consideran características sociodemográficas, como el tamaño y la composición del hogar, la variación residual en el consumo entre hogares se ve considerablemente reducida. Además, aislar los efectos de distintas variables sociodemográficas sobre la variación en el consumo de los hogares permite evitar la atribución errónea al ingreso de dichas variaciones. Es por ello que cualquier modelo que trate de explicar correctamente las curvas de Engel de los hogares debería incorporar variables sociodemográficas relevantes.

El concepto de curva de Engel puede entenderse considerando el problema de maximización de utilidad del hogar en el caso de dos bienes. Suponiendo, inicialmente, que un hogar dispone de un nivel de ingreso total (*m*) que asigna al consumo de dos bienes (x_1 y x_2), que los precios de dichos bienes son p_1 y p_2, respectivamente, y que las preferencias de dicho hogar pueden representarse mediante curvas de indiferencia, que cumplen los supuestos del análisis microeconómico estándar: La combinación de bienes óptima para el hogar se obtiene en aquel punto donde la Tasa Marginal de Sustitución (TMS) es igual a la relación de precios, lo que gráficamente se observa cuando la recta presupuestaria se hace tangente a una curva de indiferencia (ver Gráfico Nº 2).

Si se mantienen fijos los precios y varía el ingreso total, el hogar va a reasignar su consumo de ambos bienes, de forma tal de maximizar su utilidad total. Para cada nivel de ingreso total distinto (a precios constantes), habrá entonces combinaciones de equilibrio distintas. Uniendo gráficamente cada una de las combinaciones que el hogar demanda para distintos niveles de ingreso, se obtiene la llamada *Curva de Consumo Ingreso*. A partir de ésta, podemos deducir una función que relacione el ingreso total y la demanda de uno de los bienes (a precios constantes), denominada *"Curva de Engel"*. La explicación brindada puede observarse en el Gráfico Nº 3. En el caso considerado, se podrían obtener dos curvas de Engel, una para el bien x_1 y otra para el bien x_2. No obstante, el razonamiento anterior puede ser extendido para el caso de más de dos bienes.

GRÁFICO Nº 3: DERIVACIÓN DE LA CURVA DE ENGEL



Las curvas de Engel anteriormente obtenidas corresponden a las de un hogar determinado, ya que se derivaron del problema de maximización de utilidad del mismo. Sin embargo, con el establecimiento de dos supuestos pueden obtenerse curvas para el total de hogares. Por un lado, es necesario suponer que todos los hogares se enfrentan a los mismos precios (condición o *ley de un solo precio*). Por otro lado, es necesario suponer que las preferencias de los hogares respecto a los bienes son homogéneas, condicionadas respecto a sus características sociodemográficas. De esta forma, las preferencias de un hogar serían representativas de las de todos los hogares de iguales características, y su curva de Engel también lo sería.

Si se cumplen ambos supuestos, entonces las variaciones en las cantidades demandadas de cada bien frente a variaciones del ingreso total no se encuentran influenciadas por diferencias en los precios que enfrenta cada hogar ni por la existencia de preferencias distintas.

Así como se explicó el concepto de curva de Engel de manera conceptual y gráfica, también puede hacerse en términos formales: las curvas de Engel son definidas como funciones de demanda Marshallianas, manteniendo constantes los precios de todos los bienes:

$$q_{ij} = g_{ij}(m, z) \quad i = 1, \ldots, n; j = 1, \ldots, k \qquad (16)$$

Donde q_i es la cantidad consumida del bien i por parte del hogar j, m es el ingreso, riqueza o gasto total en bienes y servicios, y z es un vector que corresponde a las características sociodemográficas del hogar.

Usualmente se emplean categorías agregadas de bienes, como por ejemplo alimentos, indumentaria, vivienda, transporte, etc., en vez de bienes discretos. Brown y Deaton (1972) plantean que puede trabajarse sin grandes errores con categorías agregadas de bienes, sólo si los bienes son agregados de acuerdo a las diferentes necesidades que satisfacen y si no son incluidos en más de una categoría simultáneamente. La agregación de bienes, además, reduce la heteroscedasticidad en los datos observados, característica común en estudios de corte transversal y en investigaciones respecto al ingreso.

Sin embargo, hay que tener cuidado con el nivel de agregación de los bienes, ya que el mismo afecta las estimaciones de las curvas de Engel. Curvas estimadas para bienes específicamente definidos varían erráticamente entre consumidores y a lo largo del tiempo. Por el contrario, curvas de Engel basadas en agregados amplios son menos erráticas, pero se encuentran afectadas por la variación en los bienes adquiridos que los conforman (Lewbel, 2006). Asimismo, hay que considerar la posibilidad de que un agregado determinado pueda incluir bienes inferiores y bienes de lujo, cuyas curvas de Engel poseen formas muy diferentes.

Generalmente, m se refiere al gasto total, debido a que en estudios empíricos los niveles consignados de ingreso no siempre son correctamente relevados, o son ocultados por los hogares. Debido a ello, el gasto total se considera una variable proxy del ingreso del consumidor.

El vector z de características sociodemográficas incluye el número, la edad y género de los miembros del hogar, la localización del mismo, algunos efectos estacionales y la condición laboral de los perceptores de ingreso. Variables que indiquen la propiedad de un hogar, auto u otro tipo de bien durable también pueden ser consideradas dentro de este vector, debido a que pueden tener cierto poder explicativo.

A partir de la curva de Engel, puede calcularse fácilmente la elasticidad-ingreso de un bien, que relaciona la variación porcentual en su cantidad demandada frente a variaciones porcentuales en el ingreso del consumidor. Su cálculo se puede realizar de la siguiente manera:

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta\% q}{\Delta\% m} = \frac{dq}{dm}\frac{m}{q} = \frac{d \log q}{d \log m} \qquad (17)$$

La importancia de este coeficiente radica en que permite saber si un bien se comporta como inferior, necesario o de lujo. Los primeros poseen una elasticidad negativa; son bienes cuya cantidad demandada varía de forma inversa respecto al ingreso del consumidor. Los bienes necesarios poseen una elasticidad positiva, pero menor que uno; son aquellos cuya cantidad demandada varía en el mismo sentido que el nivel de ingresos, pero en una proporción menor que éste. Por último, los bienes de lujo poseen elasticidad mayor que uno; y son aquellos cuya cantidad demandada varía en el mismo sentido que el nivel de ingresos, pero en una proporción mayor que éste.

En investigaciones empíricas, el término "curva de Engel" también es empleado para describir la dependencia empírica de q respecto a (m, z), en una población de hogares, para un tiempo y lugar determinados (Lewbel, 2006). Esta curva de Engel empírica coincide con la curva teórica de Engel sólo si se mantiene la ley de un solo precio (todos los hogares pagan los mismos precios para todos los bienes), y si todos los hogares tienen las mismas preferencias, condicionadas respecto a z.

Como resulta difícil que estas condiciones se comprueben en investigaciones aplicadas, resulta necesario hacer una distinción entre las curvas de Engel teóricas y empíricas (Lewbel, 2006). No obstante, en la práctica, muchas investigaciones pasan por alto las condiciones bajo las cuales ambas curvas (la teórica y la empírica) coinciden.

2.3.1 - Forma funcional de la curva de Engel: restricciones teóricas

Hasta aquí se ha definido y explicado el concepto de curva de Engel de manera general, mediante una definición que no especifica una forma funcional determinada para la curva. Por lo tanto, surgen los siguientes interrogantes: ¿Cómo es la forma funcional teórica de la curva de Engel?, y ¿qué formas se han implementado en la práctica?

Para la primera pregunta no existe una respuesta única, dado que la literatura al respecto es variada y no existe consenso entre los autores sobre una forma específica para la curva de Engel. Las formas propuestas son numerosas, cada una de ellas con ventajas y desventajas respecto a las demás. Asimismo, para ciertos bienes la forma funcional planteada puede ser distinta que la forma para otros bienes.

Teóricamente, si bien no se conoce la forma de la curva de Engel, sí se pueden determinar ciertas restricciones que la misma debería cumplir. En primer lugar, una curva de Engel debería ser capaz de representar de forma correcta bienes inferiores, necesarios y de lujo. Este es un requisito que cumplen prácticamente todas las formas funcionales planteadas.

En segundo lugar, gran parte de la literatura al respecto sostiene que la curva debería cumplir con la hipótesis de elasticidad-ingreso decreciente con el ingreso, sin importar a qué tipo de bien se esté haciendo referencia. La razón se debe a la existencia de gran cantidad de evidencia empírica que comprueba este hecho, generalización de la "Ley de Engel" (Brown y Deaton, 1972).

Asimismo, el cumplimiento de esta restricción es consistente con la hipótesis de saturación en el nivel de demanda[8]. En su versión relativa, esta hipótesis implica que el consumo de un bien determinado tiende a un nivel de saturación a medida que el ingreso del consumidor aumenta (para un precio determinado), aunque este nivel es una función que depende del precio del bien. Si éste disminuye, el nivel de saturación aumenta, y viceversa.

Si la elasticidad-ingreso es decreciente respecto al ingreso, entonces, sucesivos incrementos en el ingreso del consumidor producen aumentos cada vez más pequeños en la cantidad demandada de un bien determinado. Este hecho se debe a que la necesidad que se satisface con el bien en cuestión está cada vez más satisfecha, por lo que el consumidor va a destinar una mayor parte de los aumentos en su ingreso a satisfacer otras necesidades, mediante el consumo de otros bienes.

[8] De forma general, esta hipótesis establece que existe un nivel de consumo, para cualquier bien, que el consumidor no va a superar, debido a que la necesidad que satisface con dicho bien se encuentra completamente saciada.

En tercer lugar, y de acuerdo con Brown y Deaton (1972), la única restricción efectiva que impone la teoría económica a la forma de la curva de Engel es que ésta cumpla con la propiedad de aditividad. Para estos autores los otros requisitos planteados son secundarios, pudiéndose cumplir o no.

De lo anteriormente expuesto se obtienen, entonces, tres restricciones generales que una curva de Engel debería cumplir:

- Restricción 1: La forma funcional de la curva de Engel debe poder representar, correctamente, bienes inferiores, necesarios y de lujo.

- Restricción 2: La forma funcional de la curva de Engel debe satisfacer la propiedad de aditividad.

- Restricción 3: La curva de Engel debe poseer elasticidad-ingreso decreciente.

2.3.2 - Las curvas de Engel en la práctica:

La pregunta respecto a las formas funcionales empleadas en la práctica no tiene una respuesta única. De acuerdo a los distintos trabajos analizados, la forma funcional estimada de las curvas de Engel depende de la aproximación empleada por los investigadores en sus estudios. A continuación se detallan las principales investigaciones realizadas respecto a la estimación de curvas de Engel. Si bien muchos de estos trabajos difieren sustancialmente entre sí, una característica común a todos ellos es que comparten el criterio de emplear una metodología de investigación coherente con los objetivos que persiguen, las hipótesis que plantean y los conocimientos teóricos (tanto económicos como econométricos) que poseen y priorizan. En otras palabras, los propios investigadores están de acuerdo en que no existe una forma funcional empírica de la curva de Engel que sea superior a demás, sino que la forma estimada depende de la dirección que se le quiere dar a la investigación realizada. Cada una de las formas planteadas posee ciertas características, ventajas y desventajas que deben ponderarse al momento de realizar la estimación.

Debido a lo anteriormente expuesto, considero necesario, y a la vez importante, realizar un repaso de las principales investigaciones realizadas al respecto. Esto permitirá analizar las diferencias entre las principales formas propuestas, verificar el cumplimiento de las restricciones teóricas, y su aplicación empírica. Además, con dicha revisión se podrán resaltar las características, ventajas y desventajas de la forma funcional empleada en este trabajo de investigación.

2.3.2.1 - Antecedentes empíricos:

El estudio de las curvas de Engel tiene sus orígenes en los trabajos de Ernst Engel y otros autores, quienes analizaron la relación entre consumo e ingreso de forma inductiva. Los primeros avances relacionados con la especificación de las curvas de Engel corresponden a investigaciones donde las mismas son funciones independientes de los precios de los bienes en cuestión. Estas especificaciones pertenecen, entonces, a las denominadas funciones PIGL (Price Independent Generalized Linear) o a las funciones PIGLOG (Price Independent Generalized Logarithmic).

Con el progreso en el desarrollo y estimación de sistemas de demanda, las curvas de Engel fueron incorporadas a los mismos. En efecto, la curva de Engel es una función de demanda con precios constantes. Por lo tanto, su incorporación a los sistemas de demanda es completamente lógica y plausible.

Más recientemente, con el avance en las técnicas de estimación econométricas, se han desarrollado investigaciones respecto a las curvas de Engel que captan formas funcionales que la estimación tradicional no permite obtener. Además, este tipo de estimaciones posee ventajas respecto a la estimación paramétrica tradicional, que serán detalladas oportunamente.

Primero se analizarán los principales trabajos que involucran curvas de Engel consistentes en funciones PIGL o PIGLOG. Luego, el análisis continúa con las curvas de Engel que se derivan de distintos sistemas de demanda. Por último, se explican aquellas investigaciones relevantes que se han desarrollado mediante métodos de estimación alternativos a la estimación paramétrica tradicional.

2.3.2.2 - Orígenes de la curva de Engel

Utilizando datos sobre gastos e ingresos en Bélgica, Ernst Engel (1857) estudió como varía el gasto de los hogares respecto al ingreso. Uno de los objetivos de su trabajo consistió en medir los niveles de bienestar de la población por medio del estudio de sus patrones de consumo.

Engel, mediante un análisis inductivo, halló que el gasto en alimentos es una función creciente del ingreso y del tamaño del hogar, pero el porcentaje de gasto en alimentos disminuye con el ingreso. Entonces, para el autor, cuanto más pobre es un hogar, mayor va a ser el porcentaje de su ingreso gastado en alimentos[9]. Esta relación entre el consumo de alimentos y el ingreso es conocida como "Ley de Engel".

El trabajo de Engel incentivó, en su época, la realización de investigaciones sobre los patrones de gasto de los hogares, en búsqueda de otras "leyes" que pudieran ser determinadas mediante el método inductivo. No obstante la proliferación de este tipo de trabajos, las supuestas leyes obtenidas no fueron comprobadas debidamente por los datos, con lo que el interés en el tema fue disminuyendo. La única "ley", además de la de Engel, establecida y comprobada entre el ingreso del consumidor y su patrón de consumo es la denominada "Ley de Schwabe" (Schwabe, 1868; Stigler, 1954). La misma, propuesta por su autor, postula que a medida que se incrementa el ingreso del consumidor, la proporción gastada en vivienda disminuye. Por lo tanto, cuánto más pobre sea un hogar, mayor será el porcentaje de su ingreso gastado en vivienda.

Ambas leyes fueron verificadas empíricamente en estudios posteriores, en distintas economías y períodos de tiempo. Houthakker (1957), por ejemplo, estudió encuestas de gasto de 33 países, tomadas en distintos años, y encontró algunas regularidades: los rubros alimentos y viviendas poseen elasticidades-ingreso menores que uno, mientras que el rubro indumentaria generalmente posee elasticidad-ingreso superior a uno. Si se acepta que los rubros alimentos y vivienda poseen elasticidades-ingreso menores que uno, entonces un aumento en el nivel de ingreso de un hogar producirá un incremento menor en el gasto realizado en dichos rubros. Por lo tanto, la proporción gastada en alimentos y en vivienda tiende a disminuir a medida que aumenta el ingreso del hogar. Entonces, las leyes de Engel y Schwabe, quedarían comprobadas, tal como estableció Houthakker en su investigación.

Chai y Moneta (2008) realizaron una revisión del trabajo de Engel, marcando las diferencias respecto al pensamiento de autores contemporáneos como Malthus y J. S. Mill, entre otros. Los autores consideran el trabajo de Engel como un hito singular en la investigación económica no solo por su aporte al estudio del consumo de los hogares, sino también por el método de estimación empleado. Según ellos, Engel empleó una aproximación no paramétrica al analizar la relación entre consumo e ingreso, dado que determinó la forma de dicha relación mediante el estudio de los datos utilizados[10].

[9] Engel también sostenía que cuánto más rica fuera una nación, menor sería la proporción del gasto total realizada en alimentos. Para mayor detalle al respecto, ver Stigler (1954) y Chai y Moneta (2008).

[10] Härdle (1994) considera a Engel como uno de los precursores de los métodos de regresión no paramétricos. Sin embargo, Chai y Moneta (2008) plantean ciertas dudas respecto a esa afirmación, al margen de considerar los aportes que Engel realizó al análisis económico.

Los trabajos más relevantes que siguieron a los de Engel y Schwabe recién se publicaron numerosos años después que aquellos. A partir de la segunda mitad del siglo XIX los estudios sobre gastos habían aumentado en cantidad, y mejorado en calidad, aunque no se obtuvo ninguna otra relación regular entre el ingreso del consumidor y su patrón de gastos. Recién a partir de la década de 1910 fue que el ingreso se incorporó sistemáticamente al análisis económico. Para Stigler (1954), la tardía incorporación del ingreso en la teoría económica se debe a varias razones: (i) durante muchos años se creyó que el ingreso real no fluctuaba demasiado en el corto plazo, por lo que no resultaba necesario su estudio; (ii) existen muchos problemas económicos en los cuales el ingreso no es una variable relevante, y la mayoría de los economistas de la época estaban abocados a estos problemas; (iii) los investigadores empíricos no dotaron a sus generalizaciones del carácter abstracto, sistemático y formal que posee la teoría económica, lo que impidió su incorporación a la misma.

2.3.2.3 - Funciones PIGL y PIGLOG

Entre las investigaciones principales que siguieron a las de Engel y Schwabe, se encuentran los estudios de Del Vecchio (1912), Ogburn (1919) y el de Allen y Bowley (1935). Del Vecchio analizó 50 encuestas de gasto, aplicando la siguiente especificación de la curva de Engel:

$$v = \alpha + \beta \log m \qquad (18)$$

Donde *v* corresponde al gasto del hogar en alimentos, y *m* corresponde al ingreso total del hogar. Con dicha especificación, el autor calculó un "índice de elasticidad de consumo" (Stigler, 1954, p. 101), notando que el mismo aumenta con el ingreso y con el número de niños en el hogar. Sin embargo, este último efecto fue calculado por el autor sin mantener constante el ingreso del hogar, por lo que el efecto ingreso no queda aislado del efecto que produce el tamaño del hogar, y los resultados obtenidos no son confiables.

La especificación lineal en el logaritmo del ingreso implica que para bienes inferiores $\alpha > 0$ y $\beta < 0$; para bienes necesarios $\alpha > 0$ y $\beta > 0$; y para bienes de lujo $\alpha < 0$ y $\beta > 0$. El cálculo de la elasticidad-ingreso para esta especificación de la curva de Engel consiste en:

$$v = \alpha + \beta \log m$$

$$\varepsilon_m = \frac{dv}{dm}\frac{m}{v} = \beta \frac{1}{m}\frac{m}{v} = \beta\left(\frac{1}{v}\right) \qquad (19)$$

Bajo esta forma funcional, la elasticidad-ingreso de un bien en particular no depende explícitamente del ingreso del consumidor, sino que varía con el gasto que éste realiza en el mismo. Si el bien es normal (necesario o de lujo), entonces la elasticidad es positiva (dado que $\beta > 0$); mientras que si el bien es inferior, la elasticidad es negativa ($\beta < 0$). A medida que el gasto en un bien en particular se incrementa, la elasticidad-ingreso disminuye; y viceversa. Esta forma funcional satisface, entonces, la hipótesis de elasticidad-ingreso decreciente.

Por otra parte, para que se cumpla la propiedad de aditividad es necesario:

$$\sum_i \alpha_i = m \qquad \text{y} \qquad \sum_i \beta_i = 0 \qquad (20)$$

No obstante el cumplimiento de las restricciones teóricas, esta especificación no es muy empleada. La razón principal consiste en que una forma funcional lineal no es correcta al analizar rangos amplios de ingreso, dado que habría que asumir que el gasto en un bien determinado se incrementa de forma constante ante aumentos porcentuales en el ingreso del consumidor. Podría emplearse esta aproximación para tramos pequeños de ingreso, aunque esto impone limitaciones y restringe la utilidad de la forma funcional establecida.

Otra razón por la cual no se ha empleado mucho esta forma funcional se debe a que con esta especificación no se han obtenido buenos ajustes a los datos empíricos (Prais, 1952).

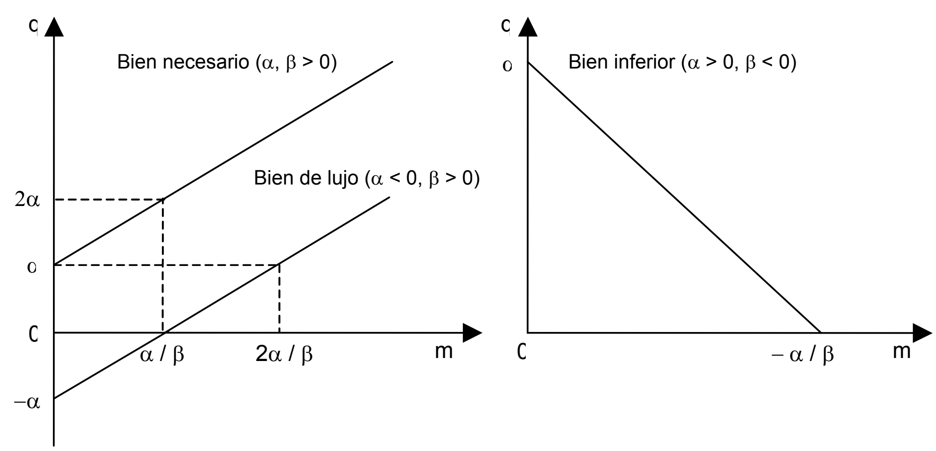
Ogburn (1919) analizó el gasto de 200 familias del distrito de Columbia (EE. UU.) en el año 1916, y calculó la relación existente entre la proporción de cada categoría de gasto en el gasto total y el ingreso del hogar, y la relación entre dicha proporción y el tamaño del hogar (reducido a una escala homogénea mediante el empleo de escalas de equivalencia). El autor encontró que los porcentajes gastados en indumentaria y vivienda son variables con respecto al ingreso del hogar, y crecientes respecto al tamaño del mismo. La importancia de los resultados obtenidos por Ogburn radica en que pudo comprobar empíricamente la noción teórica que predice que hogares de mayor tamaño tendrán, para un mismo nivel de ingreso, porcentajes de gasto superiores al de hogares de menor tamaño.

Allen y Bowley (1935) estimaron curvas de Engel de forma similar a Del Vecchio, aunque la especificación relaciona la cantidad consumida de un bien de forma lineal con el ingreso total. Estos autores estimaron, en base a datos de distintos países, curvas de Engel de la forma:

$$q_i = \alpha_i + \beta_i m \qquad (21)$$

Si bien emplearon una forma lineal como primera aproximación para la obtención de una curva de Engel “típica”, los autores encontraron que los errores resultantes eran muy grandes, hecho que interpretaron como indicativo de heterogeneidad en los gustos de los consumidores. Concluyeron que el modelo estimado por ellos violaba una de las condiciones para la equivalencia entre la curva de Engel teórica y la empírica. Sin embargo, los autores también plantearon que la curva de Engel puede ser aproximada correctamente de manera lineal para pequeños rangos de ingreso. Este tipo de curvas de Engel puede representarse tal como se detalla en el Gráfico Nº 4[11].

GRÁFICO Nº 4: Curvas de Engel lineales



[11] La representación gráfica para la especificación empleada por Del Vecchio es similar al Gráfico N° 4. Lo único que varía son los ejes: el eje de ordenadas correspondería al gasto en el bien (v), y el eje de abscisas al logaritmo del ingreso total (*log m*).

En el gráfico anterior se representan las curvas de Engel lineales para los tres tipos de bienes posibles: inferior, necesario y de lujo. Como puede observarse, la curva de Engel para el bien necesario no parte del origen, existiendo una cantidad de "subsistencia" que se consume cuando el ingreso es nulo. Respecto a la curva correspondiente a los bienes de lujo, ésta indica que son consumidos a partir de cierto nivel de ingreso (α / β). Para ambos tipos de bienes la pendiente de la curva (β) es positiva. Por último, la curva de Engel de bienes inferiores también posee una cantidad de subsistencia; y se observa que la cantidad consumida disminuye a medida que aumenta el ingreso del consumidor, hasta hacerse nula para cierto nivel de ingreso $(-\alpha / \beta)$.

El cálculo de la elasticidad-ingreso para esta especificación de la curva de Engel es sencillo:

$$\varepsilon_m^i = \frac{dq_i}{dm}\frac{m}{q_i} = \beta\left(\frac{m}{q_i}\right) \qquad (22)$$

Cuando $m = 0$, entonces la $\varepsilon_m = 0$. Para un bien necesario, cuando $m = \alpha / \beta$ y $q = 2\alpha$, la $\varepsilon_m = 1/2$. Para un bien de lujo, en el mismo caso, la $\varepsilon_m = \infty$. Reemplazando diversos valores en la ecuación permite comprobar que a medida que se incrementan m y q, en el caso de bienes normales, la elasticidad-ingreso es decreciente.

En el caso de un bien inferior, el coeficiente β es negativo. Por lo tanto, de la misma forma que para el caso de bienes normales, puede comprobarse que la elasticidad-ingreso de un bien inferior es decreciente, siendo $\varepsilon_m = -\beta / \alpha$ para $m = 0$ y $\varepsilon_m = \infty$ para $m = -\alpha / \beta$.

¿Cuáles son las desventajas de esta forma funcional de las curvas de Engel? En primer lugar, esta especificación permite la existencia de consumo negativo, lo que puede observarse en la curvas de bienes de lujo (para ingresos menores a α / β) y en la curva de bienes inferiores (para ingresos superiores a $-\alpha / \beta$). En segundo lugar, en numerosas investigaciones empíricas esta forma funcional es rechazada por no proveer de un buen ajuste a los datos empleados (Leser, 1963). Tal como Allen y Bowley determinaron, esta especificación puede utilizarse como aproximación para rangos de ingreso muy pequeños, aunque de esta manera se limita la utilidad de la forma funcional planteada.

Nicholson (1949) planteó que la forma funcional de una curva de Engel no era lineal, sino que debía tener cierto grado de curvatura. Tratando de captar esta curvatura de las curvas de Engel sobre amplios rangos de ingreso, estimó curvas de Engel para hogares de distinto tamaño, empleando una especificación cuadrática:

$$q_i = \alpha_i + \beta_i m + \gamma_i m^2 \qquad (23)$$

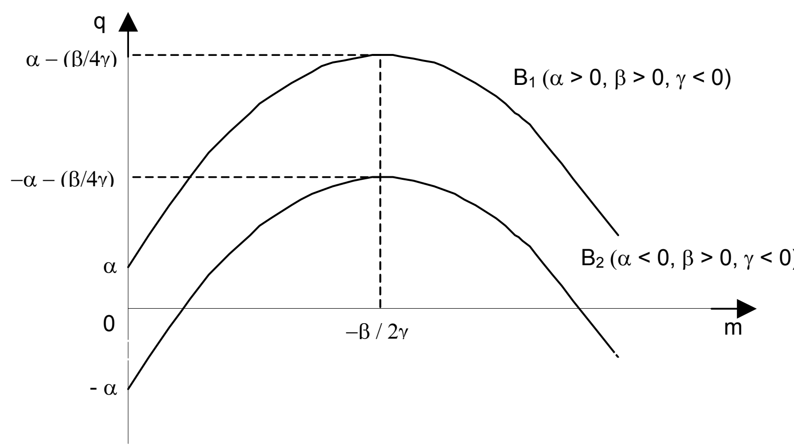
El término α es el término que consiste en consumo de "subsistencia" para bienes necesarios, dado que en este caso sería mayor que cero. Para bienes de lujo, este coeficiente sería negativo, dado que un bien de este tipo sólo se consume a partir de cierto nivel de ingreso.

Entre los resultados obtenidos, el autor encontró que para algunos casos el signo de la curvatura varía de acuerdo con el tamaño del hogar analizado. Sin embargo, este autor no especificó los errores estándar de los estimadores, por lo que no se puede evaluar su significatividad. Prais (1952), mediante un análisis de los diagramas presentados en el trabajo de Nicholson, concluyó que el término cuadrático no era significativo, incluso en estimaciones para bienes agrupados.

Es posible realizar un análisis gráfico de esta especificación de la curva de Engel, tal como se muestra en los siguientes gráficos. Existen distintas formas cuadráticas que pueden ser representadas gráficamente, sin embargo, las que resultan económicamente coherentes son las que se observan a continuación.

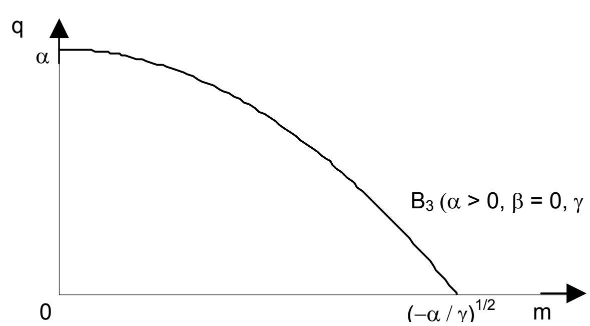
En el Gráfico Nº 5 se observan dos curvas de Engel: una para el bien 1 (B_1) y otra para el bien 2 (B_2). Para bajos niveles de ingreso, el bien 1 se comporta como necesario, dado que posee un consumo de subsistencia (α). A medida que el ingreso se incrementa, la cantidad consumida del bien también lo hace; hasta que el ingreso es de $-\beta / 2\gamma$, donde alcanza un máximo. Para niveles de ingreso mayores, el bien 1 se comporta como inferior, dado que la cantidad consumida disminuye a medida que se incrementa el nivel de ingreso. El bien 2 posee un comportamiento similar, con la diferencia de que, inicialmente, se comporta como un bien de lujo. Esto se puede observar, dado que no se consume el bien 2 para ingresos bajos[12]. Asimismo, y para ambos bienes, existe un nivel de ingreso para el cual el bien deja de consumirse, lo que podría significar que el consumidor satisface la misma necesidad con otro bien (por ejemplo, podría ser alimentos de mayor calidad que reemplazan a los de menor calidad).

GRÁFICO Nº 5: Curvas de Engel cuadráticas



En el Gráfico Nº 6 se representa la curva de Engel de un bien que se comporta como inferior para cualquier nivel de ingreso. Existe un nivel de consumo de subsistencia, dado por la cantidad α. Asimismo, la cantidad consumida del bien disminuye a medida que se incrementa el nivel de ingreso del consumidor, hasta hacerse nulo para un nivel de ingreso de $(-\alpha / \gamma)^{1/2}$.

GRÁFICO Nº 6: Curva de Engel cuadrática



Por otra parte, también es posible calcular la elasticidad-ingreso de la forma funcional cuadrática, tal como se hace a continuación:

[12] El valor exacto de *m* para el cual no se consume nada corresponde a una de las raíces de la ecuación cuadrática.

$$\varepsilon_m^i = \frac{dq_i}{dm}\frac{m}{q_i} = \left(\beta_i + 2\gamma_i m\right)\frac{m}{q_i} = \frac{\beta_i m + 2\gamma_i m^2}{q_i} \qquad (24)$$

Puede comprobarse que la elasticidad-ingreso de un bien como el representado en la curva B_1 primero es creciente, alcanza un máximo y luego disminuye, a medida que se incrementa el ingreso del consumidor. La elasticidad-ingreso de bienes como los de la curva B_2 y B_3 poseen una elasticidad ingreso decreciente a medida que se incrementa el ingreso del consumidor. Obsérvese que si la especificación cuadrática es incorrecta ($\gamma_i = 0$), entonces la fórmula para calcular la elasticidad es igual a la fórmula de la especificación lineal.

De lo anteriormente expuesto, parecería que una forma funcional cuadrática es una buena especificación para la curva de Engel, dado que cumple con dos de las restricciones propuestas (posibilidad de representar los distintos tipos de bienes y elasticidad-ingreso decreciente), aunque no se puede comprobar la restricción restante (cumplimiento de la aditividad) sin información sobre los precios de los bienes.

Sin embargo, la utilización de esta especificación de la curva de Engel depende de los datos empleados. Si el patrón de los mismos presenta cierta curvatura, entonces una especificación cuadrática puede proveer de un buen ajuste. De lo contrario, sería necesario estimar las curvas de Engel bajo otra forma funcional. Asimismo, esta especificación permite la existencia de cantidades consumidas negativas, como puede observarse en los gráficos anteriores.

Una forma funcional distinta a las anteriores fue propuesta por Working (1943), quien estudió los patrones de gasto de las familias en Estados Unidos, con datos de la década de 1930. El objetivo buscado por el autor fue encontrar regularidades en los gastos de las familias de distinto tamaño, composición, ciudad, región y condición laboral. Para ello, estimó curvas de Engel para hogares con distintas características, proponiendo la siguiente especificación de las mismas:

$$w_i = \alpha_i + \beta_i \log(m) \qquad (25)$$

La curva de Engel, en este caso, relaciona de forma lineal el porcentaje de gasto en el bien *i*, con el logaritmo del ingreso total del hogar. Working comprobó, para familias de distintas características sociodemográficas, el cumplimiento de la Ley de Engel, dado que la proporción de gasto en alimentos diminuía a medida que se incrementaba el nivel de ingresos del consumidor.

El modelo anterior es conocido como Working – Leser, debido al trabajo de Leser (1963). En este estudio, el autor investigó las propiedades de las siguientes formas funcionales y las comparó de acuerdo al grado de ajuste a datos de gasto de Irlanda y de Estados Unidos:

- Lineal en proporción de gasto en el bien *i* $\quad w_i = \alpha_i + \beta_i m \qquad (26)$
- Lineal en gasto en el bien *i* $\quad v_i = \alpha_i + \beta_i m \qquad (27)$
- Recíproca en proporción de gasto $\quad w_i = \alpha_i + \beta_i m^{-1} \qquad (28)$
- Doble logarítmica $\quad \log w_i = \alpha_i + \beta_i \log m - \log\left(\sum e^{\alpha_j + \beta_j \log m}\right) \qquad (29)$
- Semilogarítmica en proporción de gasto $\quad w_i = \alpha_i + \beta_i \log m \qquad (30)$
- Combinación de (28) y (30) $\quad w_i = \alpha_i + \beta_i \log m + \gamma_i m^{-1} \qquad (31)$

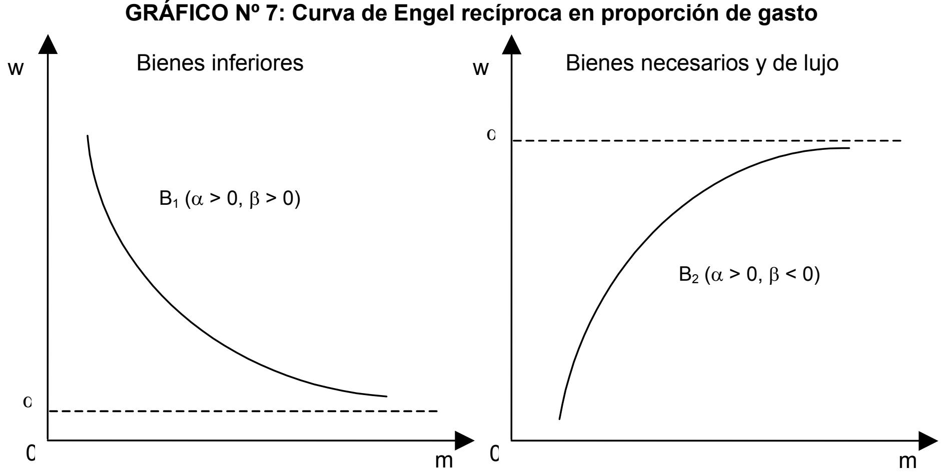
Siendo $w_i = v_i / m$, la proporción de gasto en el bien *i* respecto del ingreso total. Todas las especificaciones donde la variable independiente es la proporción de gasto satisfacen la propiedad de aditividad si se cumple:

$$\sum_i \alpha_i = 1 \qquad \text{y} \qquad \sum_i \beta_i = 0 \tag{32}$$

La forma (26) resulta la más sencilla de las especificaciones, aunque no resulta válida para niveles de ingreso total elevados, dado que la proporción estimada podría ser superior a 1 para ciertos bienes (Leser, 1963). Asimismo, el término de la ordenada al origen puede tornarse negativo. Este último problema también se observa en la forma funcional (27), similar a la empleada por Allen y Bowley (1935), descartada dado que el grado de ajuste a los datos no siempre es bueno.

La forma funcional (28) es recíproca respecto al ingreso del consumidor. Bajo esta especificación, el comportamiento de la proporción de gasto depende del signo de β. Si β es negativo, entonces w_i es creciente con el ingreso; si es positivo, entonces w_i es decreciente con el ingreso. En cualquiera de los dos casos, w_i tiende a α a medida que el ingreso del consumidor tiende a infinito. Esta especificación se encuentra representada en el Gráfico Nº 7. En la parte izquierda del gráfico se representa el comportamiento de un bien (B_1) que corresponde a un bien inferior para todo nivel de ingreso. Por otra parte, en la parte derecha del gráfico se muestra el comportamiento de un bien (B_2) que es de lujo y, a medida que se incrementa el nivel de ingreso del consumidor, se transforma en necesario.

GRÁFICO Nº 7: Curva de Engel recíproca en proporción de gasto



Asimismo, la elasticidad-ingreso, bajo la especificación recíproca, puede obtenerse de la siguiente forma:

$$\varepsilon_m^i = \frac{dw_i}{dm}\frac{m}{w_i} = \left(-\beta_i \frac{1}{m^2}\right)\frac{m}{w_i} = -\frac{\beta_i}{mw_i} \tag{33}$$

Puede demostrarse numéricamente que el comportamiento de la elasticidad-ingreso es decreciente para bienes normales o de lujo. Sin embargo, para bienes inferiores, el comportamiento de la elasticidad-ingreso es creciente. Esto significaría que un bien se vuelve cada vez “menos inferior” a medida que se incrementa el ingreso del consumidor, lo que no resulta lógico y económicamente coherente. Este es uno de los problemas por los cuáles no resulta muy utilizada esta forma funcional. El otro reside en que se pueden obtener mejores ajustes con otras especificaciones, tal como plantea Leser en su investigación.

La forma funcional (29) corresponde a la forma doble logarítmica, ajustada para cumplir con la propiedad de aditividad. Esta especificación posee la ventaja de ser válida para cualquier nivel de m. Asimismo, el comportamiento de la elasticidad-ingreso es decreciente, manteniéndose constante las diferencias entre las elasticidades de los distintos bienes. Sin embargo, presenta dos inconvenientes. Por un lado, la conformación de los grupos de bienes para los cuales se estiman las curvas afecta seriamente los cálculos de las elasticidades. Si la conformación de un grupo cambia, entonces las elasticidades-ingreso de todos los grupos deben ser recalculadas (Leser, 1963). Por otro lado, las observaciones nulas no pueden ser empleadas en la estimación, y observaciones cercanas a cero poseen gran influencia sobre las estimaciones.

La forma funcional (31) es una combinación de las formas recíproca y semilogarítmica en proporción de gasto. La misma posee las ventajas de ambas especificaciones, aunque subsiste el problema de observaciones con gasto total nulo y cercano a cero. En la aplicación empírica de Leser, el autor obtuvo un mejor ajuste con ésta forma que con las restantes, aunque difería muy levemente del ajuste obtenido con (30).

De acuerdo con Leser, la forma funcional (30) no es válida para valores extremos de *m*, pero sí provee de un buen ajuste para un rango intermedio del ingreso. Asimismo, esta forma es más sencilla de implementar en las estimaciones.

Esta forma funcional ha sido empleada en numerosos estudios, dado que provee de un buen ajuste a la mayoría de los datos. Además de las ventajas ya destacadas, esta forma permite representar los distintos tipos de bienes, es consistente con la hipótesis de elasticidad-ingreso decreciente y con la propiedad de aditividad de la función de demanda teórica, tal como se planteó previamente

Una ventaja adicional de esta forma funcional consiste en que permite realizar una agregación perfecta entre consumidores, de acuerdo con Muellbauer (1976). Esto significa que la curva de Engel de un hogar, bajo la forma Working – Leser, es representativa de las curvas de Engel de aquellos hogares de iguales características. Por lo tanto, esta especificación satisface las condiciones necesarias para la coincidencia entre curvas de Engel teóricas y empíricas, tal como plantea Lewbel (2006).

Por último, la transformación en los datos realizada al estimar esta forma funcional reduce la variabilidad en los mismos. Esto hace que la heteroscedasticidad, muy común en estudios de corte transversal, se vea reducida.

Gráficamente, la forma funcional Working – Leser es similar a la forma lineal. La diferencia radica en que el eje de abscisas corresponde a la variable *log m*, y el eje de ordenadas corresponde a la variable w_i.

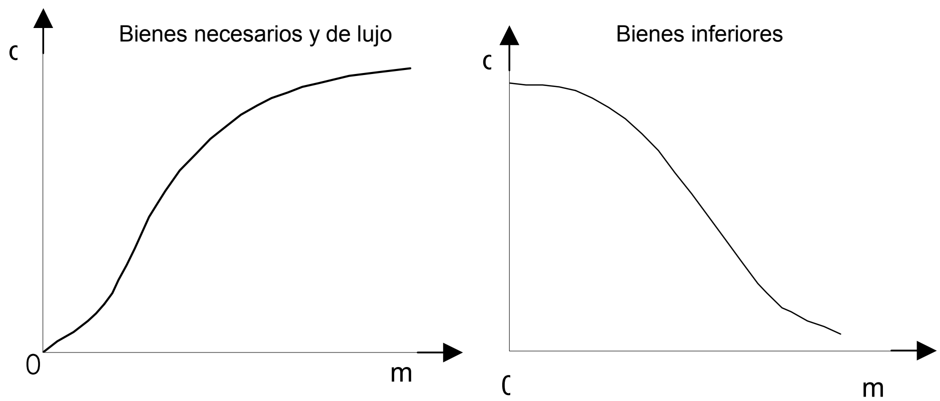
En un estudio similar y anterior al de Leser, Prais (1952) experimentó con las siguientes formas, donde la variable dependiente es el gasto del hogar en el bien *i*:

- Doble-logarítmica: $$\log v_i = \alpha_i + \beta_i \log m \quad (34)$$
- Log-recíproca: $$\log v_i = \alpha_i - \beta_1 m^{-1} \quad (35)$$
- Semi-logarítmica: $$v_i = \alpha_i + \beta_i \log m \quad (36)$$
- Lineal: $$v_i = \alpha_i + \beta_i m \quad (37)$$
- Recíproca: $$v_i = \alpha_i - \beta_i m^{-1} \quad (38)$$

La forma (34) implica que la elasticidad-ingreso es constante; la (35) implica que la elasticidad-ingreso es inversamente proporcional al nivel del ingreso; y (36) implica que la elasticidad-ingreso es inversamente proporcional al nivel de consumo, como se comprobó anteriormente. Asimismo, las formas (36), (37) y (38) pueden ser expresadas en términos de propensión marginal a consumir: (37) implica que la propensión es constante; (38) implica que varía inversamente respecto al cuadrado del ingreso; y (36) que varía inversamente con el ingreso (Prais, 1952). Debido a las diferencias entre las formas estudiadas, sus ventajas y desventajas, Prais plantea que la elección de la forma de la curva de Engel a emplear depende de los objetivos de la investigación y de las características que se quieran resaltar en las estimaciones.

Más recientemente, Brown y Deaton (1972) realizan una revisión de las distintas aplicaciones de los modelos de comportamiento del consumidor. Específicamente para las curvas de Engel, y suponiendo en principio que la única variable que las afecta es el ingreso, los autores plantean que una forma aceptable, y teóricamente posible, para la curva puede asemejarse a una función de distribución estadística. Gráficamente, se observa que una curva de este tipo posee forma sigmoide, como se detalla en el Gráfico Nº 8.

GRÁFICO Nº 8 Curvas de Engel Lognormales



La curva de Engel de un bien normal, bajo esta forma funcional posee una elasticidad-ingreso decreciente, siendo infinita para un ingreso nulo y cero para un ingreso que tiende al infinito. Asimismo, esta curva pasa por el origen y representa bienes de lujo en su tramo inferior y bienes necesarios en el superior. Para un bien inferior, la elasticidad-ingreso es decreciente, siendo menor que cero para un ingreso nulo y $-\infty$ cuando el ingreso tiende a ∞. Las formas de este tipo más empleadas son la función de distribución log-normal, la función de distribución logística y la función log-recíproca.

No obstante estas características aceptables, este tipo de curvas de Engel no cumple con la propiedad de aditividad postulada por la teoría económica, por lo que se debe tener cuidado al estimarla empíricamente y analizar los resultados.

La aplicación de este enfoque en la estimación de curvas de Engel puede encontrarse en el trabajo de Aitchinson y Brown (1953). En el mismo, los autores estimaron, mediante el método de máxima verosimilitud, curvas de Engel de forma sigmoide únicamente para la clase trabajadora, empleando datos de una encuesta de gastos de Inglaterra de 1937-1938[13]. La forma funcional de esta curva de Engel, es la siguiente:

$$\frac{q}{k} = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt \qquad (39)$$

Donde q es la cantidad consumida promedio, k es el nivel de saturación del consumo, $z = log\ \alpha + \beta\ log\ y$, e y es el nivel de ingreso del consumidor. Los parámetros α y β deben ser determinados conjuntamente con k. La función anterior corresponde a una función de distribución lognormal, estandarizada en z. Aunque la aplicación sufre de la desventaja anteriormente mencionada, los resultados que

[13] A pesar de que la estimación se realizó para una sola clase, dejan en claro los efectos que pueden tener las características sociodemográficas de un hogar sobre la estimación de las curvas de Engel.

obtuvieron los autores muestran un buen ajuste de la forma funcional seleccionada a los datos utilizados.

2.3.2.4 - Sistemas de Demanda:

Deaton y Muellbauer (1980) desarrollaron un sistema de demanda, con el objetivo de incorporar de forma simultánea las características deseables de otros modelos[14], al que denominaron AIDS: Almost Ideal Demand System (Sistema de Demanda Casi Ideal). Asimismo, aplicaron este nuevo sistema de demanda a datos de Gran Bretaña, posteriores a la Segunda Guerra Mundial, obteniendo resultados satisfactorios.

Este sistema de demanda satisface exactamente los axiomas de elección; permite la agregación entre consumidores; posee una forma funcional consistente con los datos de gasto de los hogares; es sencillo para estimar; y puede ser empleado para testear las restricciones de homogeneidad y simetría por medio de restricciones lineales sobre parámetros fijos (Deaton y Muellbauer, 1980, p. 312).

La especificación de la función de demanda del AIDS, es la siguiente[15]:

$$w_i = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i \log\left(\frac{x}{P}\right) \qquad (40)$$

Donde w_i es la proporción del gasto total realizada en el bien i, p es el vector de precios, x es el gasto total y P es un índice de precios definido como:

$$\log P = \alpha_0 + \sum_k \alpha_k \log p_k + \frac{1}{2}\sum_j \sum_k \gamma_{kj} \log p_k \log p_j \qquad (41)$$

Las restricciones a los parámetros de la función de demanda del AIDS, son los siguientes:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1, \qquad \sum_{i=1}^{n} \gamma_{ij} = 0, \qquad \sum_{i=1}^{n} \beta_i = 0, \qquad \gamma_{ij} = \gamma_{ji} \qquad (42)$$

Si se cumplen estas restricciones, entonces (40) representa un sistema de funciones de demanda que cumplen con la propiedad de aditividad, es homogénea de grado cero en precios y gasto total, y satisface la simetría de Slutsky. Es decir, el AIDS cumple con las propiedades establecidas para las funciones de demanda teóricas.

La interpretación de la ecuación es directa: en ausencia de cambios en los precios relativos y en el gasto total real, las proporciones de gasto son constantes. Cambios en los precios relativos de los bienes afectan las proporciones de gasto a través de los coeficientes γ_{ij}. Cambios en el gasto total real afectan las proporciones de gasto a través de los coeficientes β_i. Estos coeficientes, cuya sumatoria es cero, son positivos para bienes normales y de lujo, y negativos para bienes inferiores.

Como puede observarse, la función de demanda del AIDS posee una especificación similar a la forma Working – Leser. Si se impone la restricción de que los coeficientes γ_{ij} son todos iguales a cero (como ocurre en estudios de corte transversal, donde se supone que los precios son constantes), entonces la función de demanda del AIDS corresponde exactamente a la forma Working – Leser (aunque

---

[14] Los modelos más empleados en esa época eran el Sistema Linear de Gasto (LES), el Modelo de Rotterdam y el Translog.

[15] Para mayor detalle respecto a la formulación del modelo, y la comprobación de sus características, ver Deaton y Muellbauer (1980).

ahora la variable independiente es el gasto total real). Por lo tanto, el AIDS es un sistema de demanda que incorpora a la forma Working – Leser. Sin embargo, al estimar este sistema para series de tiempo, no es de esperar que todos los coeficientes γ_{ij} sean nulos, dado que el modelo resultante es restrictivo, tal como ha sido comprobado por Deaton (1978).

La utilización del AIDS en estimaciones de corte transversal, como la que se realiza en este trabajo, no es recomendable por dos motivos. Por un lado, los datos necesarios para construir el índice de precios que deflacta el gasto total no se pueden obtener directamente de la base de datos empleada[16]. Por otra parte, si se supone que todos los coeficientes γ_{ij} son iguales a cero, entonces resulta más sencillo y directo estimar la curva de Engel bajo la forma Working – Leser, que hacerlo mediante el AIDS.

Banks, Blundell y Lewbel (1997) presentaron un modelo de demanda consistente con los patrones de gasto observados en una serie de encuestas de gasto, que permitió realizar un análisis de bienestar de los cambios impositivos. Los autores, por medio del análisis no paramétrico de los patrones de gasto del consumidor, determinaron que las curvas de Engel de ciertas categorías de bienes debían incorporar un término cuadrático en el logaritmo del ingreso.

Mientras que modelos de demanda como el Translog o el AIDS permiten respuestas de precio flexibles dentro de una estructura teórica coherente, poseen curvas de Engel (en proporciones de gasto) que son lineales en el logaritmo del ingreso o gasto total. Por lo tanto, los autores derivaron un sistema de proporciones de gasto integrable, cuadrático y logarítmico, que incorpora la curvatura necesaria en la curva de Engel, y lo aplicaron a una base de datos de hogares de Gran Bretaña. El modelo resultante, denominado QUAIDS (Quadratic Almost Ideal Demand System), incorpora el AIDS, y posee la siguiente forma general:

$$w_i = A_i(p) + B_i(p)\ln x + C_i(p)g(x) \qquad (43)$$

La expresión anterior corresponde a la función de demanda del bien *i = 1, …, N*; donde *p* es el vector de *N* precios, *x* (= *m / a(p)*) es el ingreso *m* deflactado por una función *a(p)*, y $A_i(p)$, $B_i(p)$, $C_i(p)$ y *g(x)* son funciones diferenciables. La ecuación indica que la proporción de gasto en el bien *i* es lineal en el logaritmo del ingreso y en otra función del ingreso, *g(x)*. La forma específica del modelo QUAIDS es la siguiente[17]:

$$w_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} \ln p_j + \beta_i \ln\left[\frac{m}{a(p)}\right] + \frac{\lambda_i}{b(p)}\left\{\ln\left[\frac{m}{a(p)}\right]\right\}^2 \qquad (44)$$

La ecuación indica que la proporción de gasto en el bien *i* es una función lineal en el logaritmo del ingreso y en el cuadrado del logaritmo del ingreso. El último término de la misma permite la inclusión de efectos no lineales respecto al ingreso. Obsérvese que si el último término del QUAIDS es igual a cero, entonces la forma funcional corresponde a la del AIDS, cuyas curvas de Engel pertenecen a la misma familia de funciones que las curvas de Engel del tipo Working – Leser. Por lo tanto, esta especificación de la curva de Engel incorpora tanto la forma del AIDS, como la Working – Leser.

La conclusión principal a la que arribaron los autores consiste en que los modelos que fallan en especificar la curvatura de la curva de Engel generan distorsiones importantes en análisis de bienestar asociados con variaciones

[16] Los precios no están indicados de forma directa en la base de datos empleada, aunque podrían estimarse econométricamente. Sin embargo, esto excede los objetivos de la investigación.
[17] Para una descripción detallada de su derivación y propiedades, ver Banks, Blundell y Lewbel (1997).

impositivas, por ejemplo. Además, escalas de equivalencia derivadas de curvas de Engel incorrectas también poseen errores de especificación.

Por lo tanto, de verificarse la necesidad de incorporar cierto grado de curvatura a la curva de Engel, el QUAIDS puede proveer un buen ajuste a los datos empleados. Sin embargo, si se verifica que no es necesario incorporar curvatura a la curva de Engel, la forma funcional Working – Leser presenta mayores ventajas, dada la simplicidad de su aplicación.

Con un enfoque similar y anterior al de Banks *et al*, Atkinson, Gomulka y Stern (1990) analizaron el gasto de los hogares en alcohol, empleando información de encuestas de gasto del Reino Unido para el período 1970 – 1983. Su objetivo fue modelar los efectos de las características sociodemográficas[18] sobre el porcentaje de gasto en alcohol y, además, analizar la incidencia del gasto nulo en las estimaciones.

La ecuación originalmente planteada por los autores posee la siguiente forma funcional:

$$w = \alpha + \beta \log\left(\frac{m}{\pi}\right) + \delta\left[\log\left(\frac{m}{\pi}\right)\right]^2 + \gamma \log\left(\frac{p}{\pi}\right) + e \qquad (45)$$

Donde w es la proporción de gasto realizada en alcohol, m es el gasto total del hogar, p es el precio del alcohol, π es un índice de precios minoristas y e es el término de error. A partir de esta ecuación, los autores derivaron las ecuaciones de elasticidad-gasto y de elasticidad-precio del alcohol.

Para captar los efectos de las características sociodemográficas sobre la proporción de gasto realizada en alcohol, se permitió la interacción de las mismas con los términos de ingreso y precio, mediante variables dummy. Los coeficientes α, β, δ y γ de la ecuación dependen, entonces, de las características del hogar.

Para captar la posibilidad de que el gasto sea nulo y sus efectos los autores asumieron que w se encuentra censurado en 0. La proporción w^* observada se relaciona con w de esta forma: $w^* = max(0, w)$.

Adicionalmente, y de forma inicial, asumieron que e se encuentra normalmente distribuido, obteniendo, entonces, un modelo Tobit. El mismo implica que existe una posibilidad $\Phi(w / \sigma)$ de observar una proporción de gasto positiva (donde Φ denota la función de distribución acumulativa de la unidad normal), y una probabilidad $1 - \Phi(w / \sigma)$ de observar una proporción nula.

Los autores determinaron que utilizar el modelo Tobit en el análisis de consumo de los hogares es restrictivo, dado los datos empleados mostraban que el término de error no se distribuye de forma Normal. Debido a ello, aplicaron el modelo "Gamma – Tobit", que asume que el término e posee una distribución Gamma y no Normal, como el modelo Tobit[19].

Los resultados obtenidos en la investigación mostraron un mejor ajuste del modelo Gamma – Tobit a los datos empleados, que el ajuste de modelos alternativos. Asimismo, se determinó que la incidencia de los gastos nulos en las estimaciones debería ser tratada de manera específica para los distintos tipos de bienes, dado que el efecto sobre los mismos no es igual para todos ellos, sino que es diferenciado.

Los resultados referidos a los efectos de composición del hogar sobre la proporción gastada en alcohol refuerzan los conocimientos teóricos, dado que se determinó que efectivamente existen. La incorporación de un hombre adicional incrementa la proporción gastada en alcohol, mientras que mujeres o niños adicionales la disminuyen. Además, la proporción también disminuye con la edad, generando un "ciclo de vida" del consumo de alcohol. Por otra parte, las diferencias entre las

[18] Las características mencionadas incluyen la edad, ocupación y actividad económica del jefe de hogar, la composición del mismo y su localización geográfica.
[19] Para una descripción detallada del modelo "Gamma – Tobit" ver Atkinson *et al* (1990).

proporciones predichas para los distintos tipos de hogar tienden a ser menores en los niveles de gasto más altos.

<u>2.3.2.5 - Curvas de Engel no paramétricas y semiparamétricas:</u>

De acuerdo a Bierens y Pott-Buter (1987) las principales aproximaciones econométricas para estimar curvas de Engel poseen una desventaja en común: la forma funcional de las ecuaciones de demanda tiene que ser especificada por adelantado directamente, o indirectamente mediante la elección de la función de utilidad.

La aproximación econométrica “clásica” asume que los hogares poseen un comportamiento restrictivo, según los autores; en particular respecto a la suposición implícita de que todos los hogares se enfrentan con una función de utilidad única. Sin embargo, esta suposición es difícil de observar en la realidad.

Además, la forma funcional del modelo, o de la función de utilidad, se elige usualmente de acuerdo a la practicidad. Sin embargo, practicidad y realidad pueden no coincidir. Dadas las numerosas formas teóricas posibles, existen altas chance de no elegir la más correcta, produciendo sesgos de especificación en las estimaciones.

Debido a estos problemas, se busca determinar el comportamiento real del hogar sortear los problemas mencionados. Se ha utilizado como alternativa el análisis de regresión no paramétrico; técnica que permite una estimación consistente sin especificar previamente su forma funcional. El modelo se deriva directamente de los datos, sin restringir su forma.

La curva de Engel que emplean Bierens y Pott-Buter relaciona el gasto del hogar *j* en un bien determinado *i* (y_{ij}) con el ingreso neto del mismo (x_{1j}), el número de hijos con una edad entre 0-15 años (x_{2j}) y el número de hijos mayores de 16 años dentro del hogar (x_{3j}). Por motivos de simplicidad, las categorías de gasto (*i*) analizadas son dos: gastos en alimentación, indumentaria y calzado; y otros gastos. Las funciones planteadas, entonces, son:

$$y_{1j} = g_1\left(x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}\right) + u_{1j} \qquad y_{2j} = g_2\left(x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}\right) + u_{2j} \qquad (46)$$

Donde las variables y_{ij}, x_{1j}, x_{2j} y x_{3j} son las mencionadas anteriormente, y u_{ij} corresponde a un término de error que se asume *i.i.d*. Las funciones g_1 y g_2 son completamente desconocidas y no se les impone restricción alguna, salvo el hecho de que sean continuamente diferenciables en x_{1j}. Estas funciones son únicas, condición que se cumple para datos de corte transversal solamente, dado que es probable que los precios de los bienes y las preferencias de los hogares varíen a lo largo del tiempo.

Bierens y Pott-Buter estimaron estas funciones para distintos tipos de hogar mediante técnicas de regresión no paramétricas. Emplearon datos de gasto de hogares de Holanda, obtenidos de una encuesta del año 1980 (fueron relevados 2859 hogares). Posteriormente, utilizaron los resultados obtenidos para determinar y testear la forma funcional paramétrica más adecuada a la que establecen los datos mismos.

Los resultados obtenidos no paramétricamente indican la existencia de curvas de Engel lineales para ambos grupos de gasto, aunque las curvas estimadas poseen cierto grado de curvatura en los extremos. Ello se debe a la poca densidad de datos existente en niveles de ingreso extremos. Para captar ambas características de la curva (linealidad en el tramo medio y curvatura en los extremos) la curva no paramétrica fue aproximada mediante un polinomio de tercer orden, incluyendo variables dummy para captar los efectos de las características sociodemográficas del hogar.

Los resultados de la parametrización y los testeos de las curvas de Engel realizada por Bierens y Pott-Buter indican que la curva de Engel para el rubro alimentación, indumentaria y calzado es lineal respecto a cada una de las variables determinadas previamente (ingreso neto del hogar, número de hijos de edad entre 0-15 años y número de hijos mayores de 16 años dentro del hogar). Por otra parte, la curva estimada para el rubro de otros gastos es lineal en el ingreso neto del hogar, únicamente.

La importancia de este trabajo reside en la aplicación dada al método de regresión no paramétrico. Se lo empleó para observar la forma del modelo de regresión que los datos mismos determinan, para luego aprovechar esa información en una estimación paramétrica. Sin embargo, es necesario tener cuidado al aplicar una metodología como la empleada por Bierens y Pott-Buter, dado que la forma funcional paramétrica obtenida finalmente puede no ser consistente con la teoría económica.

Deaton y Paxson (1998) estimaron curvas de Engel para alimentos mediante métodos paramétricos, no paramétricos y semiparamétricos[20]. El objetivo de su investigación consistió en demostrar que el porcentaje de gasto en alimentos disminuye a medida que se incrementa el tamaño del hogar, manteniendo constante el gasto total per cápita; lo que contradice las predicciones teóricas. Utilizaron encuestas de gasto de distintos países, ricos y pobres, comprobando en cada uno de ellos la contradicción teórica, denominada “Paradoja de Deaton y Paxson”. La especificación paramétrica de la curva de Engel estimada es la siguiente:

$$w_f = \alpha + \beta \ln \frac{x}{n} + \gamma \ln n + \sum_{k=1}^{K-1} \eta_k \frac{n_k}{n} + \zeta v + u \qquad (47)$$

Donde w_f es la proporción de gasto del hogar realizada en alimentos; x es el gasto total del hogar; n es el número de miembros del hogar; x / n es el gasto per cápita; n_k / n es la proporción en el hogar de los miembros que caen dentro de una de las K categorías, definidas por género y edad; v es un vector de variables sociodemográficas; y u es el término de error, que se asume *i.i.d* (independiente e idénticamente distribuido).

Puede observarse que la especificación paramétrica es similar a la forma Working – Leser, ampliada para captar diferencias sociodemográficas entre los hogares. Respecto a la estimación no paramétrica, Deaton y Paxson emplearon una forma flexible de Fourier, que consiste en una estimación local de la función mediante aproximaciones polinómicas.

Si bien los resultados obtenidos demuestran la contradicción entre las predicciones teóricas y los datos empíricos, los autores brindan distintas razones que podrían explicarla, al menos parcialmente. Sin embargo, no profundizan sus explicaciones, dejándolos como objeto de un posible estudio futuro.

Gan y Vernon (2001) analizan el trabajo de Deaton y Paxson, tratando de explicar por qué se produce esta paradoja. Una de las explicaciones encontradas consiste en que el modelo de Barten empleado por Deaton y Paxson, asume que todos los hogares, en los distintos países, poseen la misma función de utilidad; lo que no es comprobado mediante los testeos realizados. Para obtener los resultados que predice la teoría económica, las estimaciones realizadas por Deaton y Paxson deberían haber incorporado la heterogeneidad en las preferencias de los hogares. No obstante, Gan y Vernon concluyen que la existencia de economías de escala en el consumo de bienes privados puede producir disminuciones en la proporción gastada en ellos, a medida que se incrementa el tamaño del hogar.

[20] Este método de regresión es una combinación de los otros dos, siendo su aplicación en el análisis económico relativamente reciente.

2.3.3 - Antecedentes recientes en Argentina:

En el caso de nuestro país, Rodríguez, Berges y Casellas (2001) estimaron curvas de Engel de alimentos con el objetivo de analizar el comportamiento del consumo de alimentos a nivel nacional y sus diferencias por regiones. Utilizaron datos de la ENGH 1996 – 1997 y estimaron, mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios, curvas de Engel para distintos grupos de alimentos y regiones geográficas. La especificación empleada es similar a la que utilizaron Deaton y Paxson (1998):

$$w_i = \alpha_i + \beta_i \ln\left(\frac{x}{n}\right) + \eta_i \ln n + \sum \gamma_{ij}\left(\frac{n_j}{n}\right) + \tau_i z + u_i \qquad (48)$$

Donde w_i es la participación del bien *i* en el gasto total; *x* es el gasto total; *n* es el tamaño del hogar; n_j es el número de individuos en el hogar perteneciente a la clase etaria *j*; *z* es un vector que incluye variables socioeconómicas[21]; *u* es el término de error; *i* son los grupos y subgrupos de alimentos; y *j* corresponde a personas menores de 14 años y mayores de 65 años.

Los resultados obtenidos indican que los patrones de consumo de alimentos de los hogares difieren de acuerdo a la región analizada, lo que refleja la existencia de preferencias regionales heterogéneas y diferencias en la disponibilidad de productos. Asimismo, el comportamiento de los distintos grupos de alimentos también difiere de acuerdo al nivel socioeconómico del hogar. Por ejemplo, el grupo pan y cereales se comporta como un bien inferior en las familias más ricas, mientras que los productos lácteos procesados y las frutas se comportan como bienes de lujo en los hogares más pobres.

Por último, las autoras concluyen que si bien Argentina posee una capacidad excedente de producción de alimentos para cubrir las necesidades básicas nutricionales de todos sus habitantes, existe una creciente dificultad para acceder a los mismos en términos de disponibilidad de ingreso suficiente (Rodríguez et al, 2001, p. 11).

Otra investigación aplicada a nuestro país es el trabajo de Pizzolito (2007). Utilizando datos de una encuesta realizada por el Banco Mundial en el año 2002, la autora realiza una estimación de la curva de Engel de alimentos, empleando métodos paramétricos y semi-paramétricos. Las formas funcionales empleadas son varias, obteniendo un mejor ajuste con aquella especificación que incorpora variables sociodemográficas a la curva de Engel.

Entre los principales resultados, comprueba el cumplimiento de la Ley de Engel en nuestro país. Además, las diversas técnicas paramétricas y semi-paramétricas empleadas determinan que especificaciones no lineales de la curva de Engel son las más adecuadas, y verifica la existencia de heterogeneidad en las preferencias de los consumidores, así como la importancia de las características demográficas en la estimación de las curvas. Por último, la autora establece que en el caso de Argentina también se cumple la "Paradoja de Deaton y Paxson" (Deaton y Paxson, 1998).

[21] Educación y ocupación del jefe del hogar, área geográfica, cantidad de perceptores de ingreso.

2.3.4 - Especificación de Curva de Engel a emplear:

De acuerdo con lo anteriormente expuesto, se establece que la especificación más empleada en estimaciones de curvas de Engel es la forma Working – Leser. La misma se emplea directamente o resulta modificada de acuerdo a los objetivos de los diversos autores, dado que posee ventajas respecto a otras especificaciones que resulta importante volver a mencionar:

1. Provee de un buen ajuste para un amplio rango del ingreso.
2. Permite representar, correctamente, el comportamiento de bienes inferiores, necesarios y de lujo (Restricción 1).
3. Es consistente con la propiedad de aditividad de la función de demanda teórica (Restricción 2).
4. Incorpora un comportamiento decreciente para la elasticidad-ingreso, tal como plantea la teoría económica (Restricción 3).
5. Permite realizar una agregación perfecta entre consumidores.
6. Satisface las condiciones de coincidencia entre curvas de Engel teóricas y empíricas.
7. Se encuentra incorporada, directa o indirectamente, a los principales sistemas de demanda planteados por la literatura al respecto.
8. Es sencilla de estimar e interpretar.

Debido a las características deseables de esta forma funcional, en este trabajo de investigación se la utilizará para estimar empíricamente curvas de Engel de alimentos, con datos de consumo de los hogares de Argentina.

Como se explicó previamente, en la estimación de curvas de Engel es importante tener en cuenta la composición sociodemográfica de los hogares. En general, el conocimiento en la forma en que efectos ingreso difieren entre distintos tipos de hogares es importante para comprender el impacto de políticas impositivas o de bienestar sobre los patrones de gasto, por ejemplo.

El método empleado en esta investigación para considerar diferencias en el tipo de hogar consiste en definir categorías de hogares, de acuerdo a sus características sociodemográficas, y estimar curvas de Engel para cada uno de los grupos determinados. Posteriormente, éstas van a ser comparadas para determinar las regularidades y diferencias en los patrones de gasto de los distintos tipos de hogar, tratando de obtener una explicación satisfactoria de las mismas.

Una forma alternativa de incorporar los efectos de las características sociodemográficas sobre las curvas de Engel, podría ser incorporándolas en la estimación misma de las curvas. Sin embargo, la estimación no paramétrica empleada en este trabajo utiliza únicamente variables continuas. Estimar curvas de Engel utilizando, al mismo tiempo, variables continuas y discretas implica dejar de lado la metodología propuesta, adoptando un enfoque no paramétrico de mayor complejidad. Si bien sería posible y deseable tratar de aplicar esta otra metodología de estimación, la misma excede los objetivos de este trabajo.

3 - Regresión no paramétrica:

En investigaciones empíricas, usualmente, se establecen supuestos sobre la forma funcional de un modelo a estimar sobre la base de la practicidad y de consideraciones teóricas. Sin embargo, e incluso teniendo en cuenta la teoría disponible sobre un fenómeno particular bajo estudio, existe un gran rango de formas funcionales teóricamente posibles que podrían ser seleccionadas.

Para evitar la posibilidad de cometer errores de especificación en el modelo, es posible emplear métodos de regresión no paramétricos. Este método trata de estimar un modelo de regresión sin especificar una forma funcional determinada. La información respecto a la forma funcional de un modelo de regresión es obtenida de los datos, sin restringirla a una familia particular de formas funcionales. Entre las técnicas de regresión no paramétricas se encuentran la regresión por kernel, el método del k-ésimo punto más cercano, el método de series, y la "spline smoothing" (Härdle, 1994).

Además de evitar los errores de especificación, la regresión no paramétrica posee otras características importantes, que permiten superar las limitaciones de la regresión paramétrica (Härdle, 1994):

- Es un método muy versátil para explorar una relación general entre dos variables.
- Provee de predicciones sin hacer referencia a un modelo paramétrico determinado.
- Constituye un medio excelente para analizar los efectos de puntos aislados.
- Es un método flexible para imputar datos faltantes a través de la interpolación con puntos adyacentes.

La flexibilidad de este método de regresión es extremadamente útil en análisis estadístico preliminar o exploratorio. Si no se dispone de información previa sobre la forma funcional de una curva de regresión, entonces el método no paramétrico permite realizar sugerencias respecto a la forma paramétrica a emplear.

La predicción de nuevas observaciones es de interés, tanto en investigaciones con series de tiempo, datos de corte transversal, o datos de panel. Pero en algunas aplicaciones, los modelos paramétricos clásicos son muy restrictivos como para obtener explicaciones y predicciones razonables del fenómeno observado (Härdle, 1994). Dichas restricciones pueden ser superadas mediante la utilización de modelos no paramétricos.

A pesar de las ventajas que éste método posee sobre el paramétrico, también posee ciertas limitaciones. Una de ellas consiste en que es difícil incluir demasiadas variables independientes, debido a que cada variable adicional incrementa los cálculos necesarios de forma geométrica, lo que puede tornarse inmanejable.

Otra limitación surge cuando la densidad de los datos es pequeña o nula. Cuando es nula, la estimación resulta imposible, mientras que cuando la densidad es pequeña (lo que suele ocurrir en los extremos de las muestras), la estimación resulta imprecisa. Para solucionar este problema, Deaton (1997) sugiere excluir el 5% de las observaciones extremas de la muestra.

Un problema aún más importante que éste es la llamada "maldición de la dimensionalidad": la velocidad a la cual el estimador no paramétrico "colapsa" alrededor del verdadero valor de la función de regresión depende de forma importante en el número de variables independientes incluidas en la estimación. La inclusión de más variables independientes ayuda a solucionar este problema, aunque empeora el primer problema mencionado.

La última de las limitaciones de la regresión no paramétrica consiste en la velocidad de convergencia de los estimadores. Éstos convergen a una velocidad $n^{1/2}h$, donde $h \rightarrow 0$ es un parámetro de suavizado, más lenta que la velocidad $n^{1/2}$ a la que convergen los estimadores paramétricos. El valor de h debe disminuir para que el sesgo del suavizado desaparezca (Gozalo y Linton, 2000).

Dado que se emplea una sola variable independiente se puede evitar la primera limitación mencionada. Para superar la segunda limitación, se sigue el criterio de Deaton[22]. Por último, la cuarta limitación se supera con la utilización de muestras de gran tamaño, debido a que el sesgo disminuye a cero a medida que se incrementa el tamaño de la muestra (Gozalo y Linton, 2000).

En este trabajo se utilizará el método de regresión por kernel, debido a su aplicación en investigaciones empíricas similares (ver Bierens y Pott-Buter, 1987; Blundell y Duncan, 1997; Yatchew, 2003, entre otros), y a su facilidad de aplicación e interpretación (Härdle, 1994). A continuación se describen las principales características de éste método de regresión.

3.1 - Regresión por kernel:

Suponiendo una ecuación de regresión con la forma:

$$y_i = m(x_i) + \varepsilon_i \qquad (48)$$

Donde x_i corresponde al vector de variables independientes y ε_i corresponde al vector de errores i.i.d (independientes e idénticamente distribuidos), cualquier método de regresión consiste en estimar la función m. Esta sección se limitará a explicar el método para el caso de una sola variable independiente (caso univariado), que es el empleado en este trabajo de investigación[23].

Como otros métodos de regresión no paramétricos, esta aproximación provee un método para obtener estimadores puntuales. De forma general, este procedimiento comienza con la elección de un punto arbitrario x_0 y un ancho de banda que controla la distancia alrededor de dicho punto. Tras ello, se realiza una regresión por Mínimos Cuadrados Ponderados, donde los datos más alejados del punto arbitrario x_0 reciben menor peso que aquellos más cercanos. La ponderación de los puntos se realiza mediante una función *kernel* y, por ello, este procedimiento se denomina *regresión por kernel*. El procedimiento es repetido, luego, para una variedad de diferentes elecciones del punto arbitrario x_0 y, por lo tanto, se obtiene una estimación de la función entera.

De forma más específica, el objetivo de la regresión por kernel es reemplazar $m(x)$ de la ecuación inicial por un estimador local de la media condicional:

$$E(y \mid x) = \int y f(y \mid x) dy \qquad (49)$$

Donde $f(y \mid x)$ es la densidad condicional de y. Observando que $f(y \mid x) = f(y,x) / f(x)$ y que $f(x) = \int f(y,x)dy$, podemos reescribir la ecuación anterior como:

$$E(y \mid x) = \frac{\int y f(y,x)dy}{\int f(y,x)dy} \qquad (50)$$

Este método de regresión consiste en reemplazar el numerador y el denominador de la ecuación anterior por estimadores basados en promedios

---

22 La exclusión del 5% de las observaciones de la muestra resulta suficiente en este trabajo para evitar sesgos severos en las estimaciones de las curvas de Engel, como se detallará en la sección correspondiente.

23 El análisis del método no paramétrico para el caso multivariado resulta similar. Para mayor detalle, ver Ullah (1988), Härdle (1994) y DiNardo y Tobias (2001), entre otros.

ponderados locales. Específicamente, podemos escribir el *estimador por kernel de Nadaraya – Watson*[24] como:

$$\hat{m}(x_0) = \frac{\frac{1}{hn}\sum_1^n K\left(\frac{x_i - x_0}{h}\right) y_i}{\frac{1}{hn}\sum_1^n K\left(\frac{x_i - x_0}{h}\right)} \qquad (51)$$

Donde $K(\cdot)$ es la expresión del kernel, que depende del ancho de banda h elegido y pondera las observaciones de acuerdo a la forma que adopta. Alternativamente, el estimador puede expresarse como:

$$\hat{m}_h(x_0) = \sum_{i=1}^{n} w_i(x_0) y_i \qquad (52)$$

En este caso, la función $w_i(x_0)$ es la que asigna las ponderaciones, y posee la forma:

$$w_i(x_0) = \frac{\frac{1}{hn} K\left(\frac{x_i - x_0}{h}\right)}{\frac{1}{hn}\sum_1^n K\left(\frac{x_i - x_0}{h}\right)} \qquad (53)$$

El mencionado *ancho de banda* (denotado por h) es un parámetro utilizado para determinar el tamaño del “vecindario” alrededor de un punto arbitrario x_0. Indica el rango de observaciones de x, alrededor de x_0, a tener en cuenta en la regresión. Aquellos puntos x que se encuentren dentro del rango delimitado por el ancho de banda reciben cierta ponderación mayor que cero, mientras que aquellos puntos que caigan fuera del mismo reciben una ponderación de cero.

El *kernel* (denotado por $K(\cdot)$) es simplemente una función de suavizado o, en otras palabras, una función de ponderación (que asigna pesos específicos a distintos valores). Diferentes funciones kernel asignan distintas ponderaciones. Es decir, distintos kernels cambian los pesos relativos otorgados a las observaciones dentro del ancho de banda especificado.

Al ser una función de ponderación, el kernel debería ser positivo e integrarse a 1 sobre el ancho de banda. Asimismo, debería ser simétrico alrededor de 0, para que los puntos inferiores a x posean igual ponderación que aquellos superiores que estén a igual distancia. Además, el kernel debería ser decreciente en el valor absoluto de sus argumentos (Deaton, 1997).

La Tabla Nº 1 describe los kernels más comunes, sus nombres y el rango para el cuál es válida su aplicación.

[24] Para mayor detalle respecto a la derivación de los estimadores, ver Nadaraya (1964) y Watson (1964).

TABLA Nº 1: ESPECIFICACIONES DE DISTINTOS KERNELS

Kernel	***K(x)***	***Soporte o rango***
Rectangular o Uniforme	$\frac{1}{2}$	$\|x\| \leq 1$
Epanechnikov	$\frac{3}{4}\left(1-x^2\right)$	$\|x\| \leq 1$
Biweight	$\frac{15}{16}\left(1-x^2\right)^2$	$\|x\| \leq 1$
Triangular	$1-\|x\|$	$\|x\| \leq 1$
Normal o "Gaussiana"	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0.5x^2}$	$-\infty < x < \infty$

Fuente: Härdle y Linton (1994)

El kernel "Rectangular", que asigna igual ponderación a cada una de las observaciones dentro del ancho de banda, satisface las condiciones anteriormente mencionadas, a excepción de la última. Entre los kernels que sí cumplen con todas las condiciones se encuentran el "Epanechnikov", el "Normal" y el "Biweight".

El primero de ellos brinda ponderaciones con forma de U invertida, que disminuyen a 0 en los bordes del ancho de banda especificado. El kernel "Normal" no utiliza un ancho de banda discreto, sino que asigna una ponderación a todas las observaciones, para cada punto donde se realiza la estimación. No obstante, las propiedades de este tipo de kernel hacen que asigne una ponderación extremadamente baja a aquellas observaciones que se encuentran a una distancia mayor a tres veces el ancho de banda especificado (Deaton, 1997). Por último, el "Biweight" es un kernel cuyo comportamiento es similar al "Epanechnikov", dado que las ponderaciones también disminuyen a 0 en los bordes del ancho de banda. Pero, además, posee la propiedad de que su derivada es continua sobre el límite del ancho de banda.

Los siguientes teoremas determinan las condiciones para la consistencia y la normalidad asintótica del estimador de Nadaraya – Watson (Ullah, 1988; Härdle, 1994; Härdle y Linton, 1994):

Teorema 1. Para kernels *K(·)* y anchos de banda *h = h(n)* de forma tal que

1. $\int \left|K(u)\right| du < \infty$,
2. $\lim_{|u|\to\infty} uK(u) = 0$,
3. $h \to 0$ y $nh \to \infty$ cuando $n \to \infty$

Entonces $\hat{m}_h(x) \xrightarrow{p} m(x)$ en cada punto *x* donde *m(x)* y $\sigma^2(x)$ sean continuos, y *f(x)* sea continua y positiva.

Teorema 2. Para kernels *K(·)* y anchos de banda *h = h(n)* que satisfacen los anteriores puntos 1 a 3, y

4. $\int \left|K(u)\right|^{2+\eta} du < \infty$ para algún η > 0,
5. $\lim h^5 n < \infty$

Entonces en cada punto *x* donde *m(x)* y *f(x)* sean dos veces diferenciables y positivas, tenemos que:

$$(nh)^{1/2} = \left\{ \frac{\hat{m}_h(x) - m(x) - h^2 B(x)}{V(x)^{1/2}} \right\} \xrightarrow{L} N(0,1)$$

Donde la expresión de la varianza es $V(x) = \sigma^2(x) c_K / f(x)$, c_K es una constante kernel-específica ($= \int K^2(u)du$) y *B(x)* es un sesgo respecto a la expresión real.

3.2 - Elección del ancho de banda:

La elección de un kernel específico para un nivel dado de ancho de banda posee un efecto relativamente pequeño sobre los resultados de una regresión no paramétrica (Ullah, 1988; Deaton, 1997; DiNardo y Tobias, 2001). Sin embargo, el efecto de la elección de un ancho de banda posee mayores efectos sobre los resultados.

De acuerdo con Härdle y Linton (1994), el error cuadrático medio (Mean Squared Error, o MSE) de $\hat{m}_h(x)$ puede ser aproximado por:

$$MSE\left|\hat{m}_h(x)\right| = E\left[\left(\hat{m}_h(x) - m(x)\right)^2\right] \approx (nh)^{-1} V(x) + h^4 B^2(x) \qquad (54)$$

Se observa, entonces, que la contribución al MSE del término de la varianza disminuye a medida que *h* (el ancho de banda) aumenta, aunque la contribución del sesgo cuadrático al mismo se incrementa con el aumento de *h*. Por lo tanto, existe un "trade – off" entre el sesgo de especificación y la varianza. Anchos de banda muy grandes producen estimaciones "sobre-suavizadas" (con poca varianza pero cuya forma es incorrecta), mientras que anchos de banda muy pequeños producen estimaciones erráticas o "infra-suavizadas" (cuya forma se acerca a la realmente correcta, pero con varianza considerable). El ancho de banda que minimiza el MSE teórico puede obtenerse de la siguiente forma:

$$h^*_{MSE} = \left(\frac{V(x)}{4B^2(x)}\right)^{1/5} n^{-1/5} \qquad (55)$$

Cómo la anterior expresión es teórica y, por lo tanto, no observable, se emplean diversos métodos para la elección de un ancho de banda "óptimo". Algunos autores plantean realizar estimaciones para distintos anchos de banda, seleccionando "a ojo" aquel que se comporta como óptimo. Este criterio es completamente arbitrario y deja lugar a obtener estimaciones erróneas, por el uso de anchos de banda que no son óptimos. Deaton (1997) considera aceptable el empleo de este método únicamente cuando se desea realizar una exposición gráfica de los resultados, o en estudios de tipo exploratorio.

Silverman (1986) sugirió una frecuente regla práctica para la elección del ancho de banda que permite aproximarse al ancho óptimo. Sea el ancho de banda denotado por *h*, entonces el criterio de éste autor es el siguiente:

$$\tilde{h}_n = 0.9\left(\min\left\{\hat{\sigma}, IQR/1.34\right\}\right) N^{-1/5} \qquad (56)$$

Donde IQR corresponde al rango intercuartil (la diferencia entre los percentiles 75vo y 25vo) y $\hat{\sigma}$ es la desviación estándar muestral. El ancho de banda se va achicando a medida que *N* (el número de observaciones) aumenta, pero la velocidad de dicha disminución no es muy rápida. Vale aclarar que esta regla de selección es válida únicamente para el kernel Normal. Para aplicar la regla práctica de Silverman a otros kernels, se debe proceder a unos ajustes en la fórmula del ancho de banda.

El ancho de banda a emplear en este trabajo se obtendrá de acuerdo al mencionado criterio de Silverman, siendo el kernel empleado el Normal, para simplificar los cálculos.

3.3 - Intervalos de confianza asintóticos:

Como en cualquier estimación de un modelo de regresión, resulta útil e importante obtener intervalos de confianza, que permitan realizar explicaciones satisfactorias del fenómeno bajo estudio. Al igual que el método de regresión paramétrico tradicional, es posible obtener intervalos de confianza asintóticos para el método de regresión por kernel.

Para la construcción de intervalos de confianza asintóticos se asume que el sesgo de estimación desaparece asintóticamente, empleando un ancho de banda que disminuye de forma más rápida que el ancho de banda "óptimo" a medida que se incrementa el tamaño de la muestra. Entonces, el desvío estándar de la función de regresión estimada en un punto se calcula de la siguiente forma:

$$s_{\hat{f}}(x_0) = \sqrt{\frac{c_K \hat{\sigma}_\varepsilon^2}{h\hat{f}(x_0)n}} \qquad (57)$$

Donde, $c_K = \int K^2(u)du$ y $\hat{f}(x_0) = \frac{1}{hn}\sum_1^n K\left(\frac{x_i - x_0}{h}\right)$

La expresión $\hat{f}(x_0)$ corresponde al denominador del estimador Nadaraya – Watson (el estimador de la densidad de probabilidad de *x*), mientras que los valores de c_k, para cada tipo de kernel son los siguientes (Yatchew, 2003, p. 36): Rectangular, 1/2 ; Triangular, 2/3; Biweigth, 5/7; Epanechnikov, 3/5; Normal, $1/(2\pi^{1/2})$.

Entonces, el intervalo de confianza puntual con un nivel de significancia del 95% puede construirse de la siguiente manera:

$$\hat{f}(x_0) \pm 1.96 s_{\hat{f}} \qquad (58)$$

Los pasos a seguir para la construcción del intervalo de confianza asintótico consisten en (Yatchew, 2003):

1. Elegir h de forma tal que $n^{1/5}h \to 0$. Esto asegura que el sesgo de estimación desaparece. Es decir, seleccionar el *h* óptimo.
2. Elegir un kernel y obtener c_K.
3. Estimar *m(x)* empleando el estimador Nadaraya – Watson.
4. Calcular $\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{n}\sum\left[y_i - \hat{m}(x_i)\right]^2$.
5. Estimar $\hat{f}(x_0)$.
6. Calcular el intervalo de confianza en $m(x_0)$ empleando $\hat{m}(x_0) \pm 1.96\sqrt{\frac{c_K \hat{\sigma}_\varepsilon^2}{h\hat{f}(x_0)n}}$.
7. Repetir el procedimiento para otros puntos, obteniendo, de esta forma el intervalo de confianza para toda la función.

A pesar de su fácil implementación y su utilidad para analizar la precisión de la estimación, estos intervalos no deberían ser empleados por dos razones. De acuerdo con Deaton (1997) el supuesto de que el término de error o sesgo desaparece asintóticamente no es correcto, dado que el mismo tiende a cero muy lentamente. Asimismo, la existencia de heteroscedasticidad en los residuos de regresión, hecho muy común en datos de corte transversal como el empleado en esta investigación, introduce distorsiones en los intervalos de confianza asintóticos. Deaton (1997) y Yatchew (2003) recomiendan construir intervalos de confianza mediante el método de "bootstrap".

3.4 - Intervalos de confianza por bootstrap:

Los procedimientos de bootstrap son técnicas basadas en simulación que proveen estimaciones respecto a variabilidad, intervalos de confianza y valores críticos para distintos tests, entre otros. La idea es crear replicaciones utilizando la base de datos existente como una población, de la cual se obtienen muestras (con o sin reposición) para obtener los estadísticos de interés. Este tipo de procedimientos son, en muchas circunstancias, más simples de implementar que los métodos asintóticos y, además, más acertados (Yatchew, 2003).

A continuación, se detallan los pasos propuestos por Yatchew (2003) para obtener intervalos de confianza por percentiles en un punto x_0:

1. Encontrar el ancho de banda óptimo, estimar *m* y denominarlo $\hat{m}_h$.
2. Re-estimar *m* empleando un ancho de banda más amplio, $\bar{h} = 1.1h$, y denominar $\hat{m}_{\bar{h}}$ a esta estimación.
3. Re-estimar *m* empleando un ancho de banda más estrecho, $\bar{\bar{h}} = 0.9h$, y calcular los residuos $\hat{\varepsilon}_i$.

4.1. Centrar los residuos obtenidos en el paso 3 (para que su media sea 0) y tomar muestras con reemplazo para obtener residuos por bootstrap $\hat{\varepsilon}_i^B$. Construir una base de datos por bootstrap $y_i^B = \hat{m}_{\bar{h}}(x_i) + \hat{\varepsilon}_i^B$, *i = 1, …, n*.

4.2. Estimar $m(x_0)$ utilizando los datos por bootstrap del paso anterior y el ancho de banda original (el *h* óptimo) para obtener $\hat{m}_h^B(x_0)$.

4.3. Repetir el muestreo distintas veces, guardando los resultados obtenidos en 4.2.

5. Para calcular un intervalo de confianza al 95% para $m(x_0)$, obtener los cuantiles .025 y .975 de la distribución de $\hat{m}_h^B(x_0)$.

Este procedimiento debe adaptarse cuando se considera que los residuos de regresión son heteroscedásticos. Para ello, Yatchew (2003) propone reemplazar el paso 4.1 en el procedimiento anterior por:

4.1'. Tomar muestras, empleando el método de bootstrap externo, de los residuos no centrados, para obtener residuos por bootstrap $\hat{\varepsilon}_i^B$; y construir la base de datos por bootstrap $y_i^B = \hat{m}_{\bar{h}}(x_i) + \hat{\varepsilon}_i^B$, *i = 1, …, n*.

El denominado "bootstrap externo" ("external bootstrap" o "wild bootstrap", como se lo denomina en inglés), resuelve los problemas derivados de la existencia de heteroscedasticidad (Yatchew, 2003). En este caso, para cada residuo estimado $\hat{\varepsilon}_i$, se crea una distribución de dos puntos para una variable aleatoria, w_i, con las siguientes probabilidades:

TABLA Nº 2: Bootstrap externo

w_i	Prob(w_i)
$\hat{\varepsilon}_i\left(1-\sqrt{5}\right)/2$	$\left(5+\sqrt{5}\right)/10$
$\hat{\varepsilon}_i\left(1+\sqrt{5}\right)/2$	$\left(5-\sqrt{5}\right)/10$

Fuente: Yatchew (2003)

La variable aleatoria w_i posee las propiedades $E\left(w_i\right)=0$, $E\left(w_i^2\right)=\hat{\varepsilon}_i^2$, $E\left(w_i^3\right)=\hat{\varepsilon}_i^3$. Los $\hat{\varepsilon}_i^B$ se obtienen de esta distribución y se construye la base de datos por bootstrap $(y_1^B,\ x_1),\ \ldots,\ (y_n^B,\ x_n)$, donde $y_i^B=\hat{f}\left(x_i\right)+\hat{\varepsilon}_i^B$. A partir de ésta, se obtienen los estadísticos de interés, mediante el procedimiento anteriormente descripto.

En estudios de corte transversal es muy común la existencia de heteroscedasticidad. Particularmente para esta investigación, se supone que la variabilidad en la proporción de gasto en alimentos se incrementa a medida que aumenta el nivel de gasto total del hogar. Por lo tanto, para estimar los intervalos de confianza se seguirá el procedimiento alternativo propuesto por Yatchew (2003).

4 - Datos empleados:

Los datos utilizados para este trabajo de investigación se obtuvieron de la Encuesta Nacional de Gastos de los Hogares (ENGH) realizada por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC) de la República Argentina. Al no poder disponer de los datos de la ENGH 2004 – 2005, se emplearon aquellos correspondientes a la encuesta anterior, es decir a la ENGH 1996 – 1997. En el futuro, cuando se pueda disponer de datos actualizados sería de considerable interés realizar nuevamente las estimaciones, para poder comparar las diferencias en la estructura de gastos de los hogares entre ambos períodos.

La ENGH es una encuesta de gastos de los hogares con cobertura nacional, donde se releva una muestra representativa del 96% de la población urbana del país. El operativo de campo se llevó a cabo durante 12 meses consecutivos en cada región entre los meses de Febrero de 1996 y Marzo de 1997, estudiando cada hogar durante una semana. Las variables consideradas se refieren al gasto y al ingreso de los hogares, aunque también se tomaron variables de clasificación ocupacionales, demográficas y educacionales de los miembros del hogar. Se indagaron los usos de los fondos del hogar, excepto aquellos que el hogar realizó como producto de bienes y servicios. (INDEC, 1999)

Como en el relevamiento se emplearon distintos períodos de referencias, la información relevada fue posteriormente normalizada a un único período de referencia estándar. La normalización se realizó por medio de la multiplicación o división, según el caso, por diferentes coeficientes. Para la ENGH el período de referencia seleccionado fue el mes. Toda la información de gastos e ingresos corresponde, entonces, a períodos mensuales. (INDEC, 1999).

Por otra parte, como los datos de la base son muestrales, para su análisis o procesamiento fue aplicado un factor de expansión calculado por vivienda, calculado en base a tres factores: 1) un factor correspondiente a la inversa de la probabilidad con que fue seleccionada cada vivienda de la muestra; 2) un factor que ajusta los datos por la falta de respuesta de una parte de los hogares; y 3) un factor que ajusta la estructura de datos de ciertas variables básicas de la encuesta a la estructura de esas mismas variables en la población total. (INDEC, 1999)

4.1 - Reestructuración de los datos:

La ENGH cuenta con 27260 observaciones, distribuidas por región, que corresponden a igual número de hogares. Como para la estimación de curvas de Engel para alimentos no resulta necesario emplear toda la información detallada en la base de datos de la ENGH, se procedió a una reestructuración de la misma. Se mantuvieron aquellas variables que describen características sociodemográficas de los hogares y se eliminaron todas aquellas que no tuvieran relación con el gasto en alimentos de los hogares.

Respecto a las observaciones, se eliminaron aquellas que tienen un nivel de gasto total mensual nulo, no solo porque resulta inverosímil aceptar la existencia de este tipo de observaciones, sino también porque introduce distorsiones en los cálculos realizados.

Asimismo, también fueron eliminadas aquellas observaciones que presentan niveles de gasto en alimentos superiores a su gasto total. Es posible obtener niveles de gasto en alimentos superiores al gasto total del hogar, si consideramos que el mismo "vende" alguno de los bienes que se incluyen en los otros capítulos de gasto. No obstante, se eliminaron este tipo de observaciones dado que al estimar únicamente curvas de Engel para alimentos introducen sesgos severos en los resultados obtenidos. Por lo tanto, de las 27260 observaciones iniciales fueron eliminadas, en esta instancia, 368 de ellas (1.35% del total de observaciones).

Seguido a ésto, se conformaron distintos tipos de hogar, para poder estimar curvas de Engel para cada uno de ellos. Las categorías establecidas para clasificar a los hogares se conformaron de forma tal de posibilitar un análisis del impacto de un miembro adicional al hogar. Asimismo, esta clasificación permite evaluar la existencia de economías de escala en el consumo. Las observaciones fueron reclasificadas dentro de los siguientes tipos de hogares:

- *Hogar unipersonal:* hogar conformado por un único miembro, varón o mujer, con edad entre 18 y 65 años.

- *Pareja sin hijos:* hogares conformados por dos miembros, uno varón y el otro mujer, con edad entre 18 y 65 años.

- *Pareja con un hijo:* posee la misma caracterización que el hogar anterior, agregándose un hijo, sin distinción de género, con edad entre 0 y 17 años.

- *Pareja con dos hijos:* posee la misma caracterización que el hogar anterior, agregándose un hijo adicional.

- *Pareja con tres hijos:* ídem anterior, con el agregado de un hijo adicional.

- *Pareja con cuatro hijos:* ídem anterior, con el agregado de un hijo adicional.

- *Otro:* capta todos los hogares que no han sido reclasificados en alguno de los tipos de hogar anteriores. Esta categoría se conformó como variable de control, por lo que no se realizarán estimaciones para esta categoría. Existen muchos tipos de hogar[25] que caen dentro de esta categoría; sin embargo, los mismos no son representativos dentro de la muestra analizada.

De acuerdo con la clasificación anteriormente descripta, se puede observar en la Tabla Nº 3 como se distribuyen por tipo de hogar y por región. Para la estimación de la curva de Engel de alimentos a nivel nacional se emplearán las 26892 observaciones, mientras que para la estimación de curvas para los distintos tipos de hogar solamente se utilizarán las 11586 observaciones que se encuentran dentro de alguna de las categorías propuestas, que corresponden al 43.08% del total considerado.

TABLA Nº 3: DISTRIBUCIÓN DE HOGARES POR REGIÓN

Región	*Tipo de hogar*							*Total*
	Unipersonal	*Pareja sin hijos*	*Pareja con 1 hijo*	*Pareja con 2 hijos*	*Pareja con 3 hijos*	*Pareja con 4 hijos*	*Otro tipo de hogar*	
Metropolitana – GBA	366	409	343	471	271	108	2875	4843
Pampeana	569	692	613	763	521	206	4265	7629
NOA	313	233	302	451	351	203	2942	4795
NEA	226	200	256	324	267	156	1873	3302
Cuyo	174	213	205	344	216	86	1782	3020
Patagónica	257	302	355	400	297	123	1569	3303
Total	1905	2049	2074	2753	1923	882	15306	26892
Porcentaje	7.08%	7.62%	7.71%	10.24%	7.15%	3.28%	56.92%	100%
Porcentaje acumulado	7.08%	14.7%	22.41%	32.65%	39.8%	43.08%	100%	

Fuente: elaboración propia en base a ENGH 1996 - 1997

[25] El tamaño de los hogares varía entre 1 y 24 miembros, de distinto género y edad, conformando numerosas categorías de hogar posibles.

4.2 - Características principales:

Las observaciones clasificadas se distribuyen por región de acuerdo a la descripción brindada en la Tabla Nº 4. Puede notarse que la mayor cantidad de hogares se encuentra en la región Pampeana, seguida por la Metropolitana.

TABLA Nº 4: DISTRIBUCIÓN DE HOGARES POR REGIÓN

Región	*Cantidad de hogares*	*Porcentaje*	*Porcentaje Acumulado*
Metropolitana - GBA	1968	16.98	16.98
Pampeana	3364	29.03	46.01
Noroeste (NOA)	1853	16	62.01
Noreste (NEA)	1429	12.33	74.34
Cuyo	1238	10.7	85.04
Patagónica	1734	14.96	100
Total	11586	100	

Fuente: Elaboración propia en base a ENGH 1996 – 1997

En la Tabla Nº 5 pueden observarse la cantidad de personas que conforman el total de hogares considerados, distribuidos por región. Tal como ocurre con la cantidad de hogares, la mayor concentración se da en la región Pampeana. Sin embargo, la segunda región con mayor cantidad de personas es la región NOA. Esto se debe a que los hogares de la región Metropolitana – GBA presentan un menor tamaño medio que los de la región NOA. Es decir, en esta última hay una mayor concentración de personas por hogar.

TABLA Nº 5: CANTIDAD DE PERSONAS POR REGIÓN Y TAMAÑO MEDIO DEL HOGAR

Región	*Cantidad de personas*	*Porcentaje*	*Porcentaje acumulado*	*Tamaño medio del hogar*
Metropolitana - GBA	6100	15.99	15.99	3.10
Pampeana	10685	28.01	44.00	3.18
NOA	6462	16.94	60.95	3.49
NEA	4961	13.01	73.95	3.47
Cuyo	4187	10.98	84.93	3.38
Patagónica	5749	15.07	100.00	3.32
Total	38144	100.00		3.29

Fuente: Elaboración propia en base a ENGH 1996 – 1997

Analizando el tamaño medio del hogar, se observa que las regiones Metropolitana y Pampeana poseen tamaños medios similares, aunque se encuentran considerablemente por debajo del promedio nacional. Por otra parte, las regiones NOA y NEA también poseen medias similares, que se encuentran considerablemente por encima de la media. Las regiones Cuyo y Patagónica poseen tamaños medios más cercanos al promedio nacional.

La Tabla Nº 6 presenta algunas características de los hogares que fueron clasificados de acuerdo a las categorías anteriores (11586 observaciones). En la segunda columna se puede observar el gasto total promedio de los distintos tipos de hogar. A medida que analizamos hogares de mayor tamaño, y hasta “pareja con 2 hijos”, el gasto total promedio aumenta, para luego ir decayendo.

Lo contrario ocurre cuando se analiza la proporción de hogares que poseen bajos ingresos (considerando en esta categoría a aquellos hogares que se encuentren en los quintiles 1 y 2 correspondientes al ingreso total del perceptor): dicha proporción disminuye hasta la categoría “pareja con 2 hijos”, para luego aumentar. Por otra parte, la significativa disminución de la proporción entre hogares unipersonales y parejas sin hijos puede entenderse si se considera al adulto adicional como preceptor de ingresos adicional.

Por último, en la tercera columna se computa la proporción de gasto en alimentos promedio por tipo de hogar. Se observa que la misma se incrementa continuamente, al analizar hogares de mayor tamaño, siendo los mayores incrementos en los hogares más grandes. El desvío estándar del promedio de dicha proporción disminuye hasta el hogar conformado por una pareja con 2 hijos, para luego incrementarse nuevamente

TABLA Nº 6: CARACTERÍSTICAS DE LOS TIPOS DE HOGAR

Tipo de hogar	*Gasto total promedio*	*Proporción de gasto en alimentos*		*Proporción de hogares de bajos ingresos (quintiles 1 y 2)*
		Promedio	*Desvío Estándar*	
Unipersonal	\$569,41	0,3693	0,2062	66.61%
Pareja sin hijos	\$786,14	0,3781	0,1837	41.24%
Pareja con 1 hijo	\$885,14	0,3825	0,18	37.80%
Pareja con 2 hijos	\$994,26	0,3883	0,1732	34.04%
Pareja con 3 hijos	\$971,42	0,4159	0,1812	36.71%
Pareja con 4 hijos	\$838,33	0,4698	0,1978	47.51%

Fuente: Elaboración propia en base a ENGH 1996 - 1997

RESULTADOS PRINCIPALES:

En esta sección se presentan las estimaciones realizadas, junto con su interpretación. Todas las estimaciones fueron realizadas por medio del software *Stata*, aunque para la estimación de los intervalos de confianza se utilizó el software *R*. Puede leerse en el Anexo I el detalle sobre los procedimientos realizados

5.1 - Estimación general:

En el Gráfico Nº 9, se presenta la curva de Engel estimada con la totalidad de las observaciones consideradas (26892), sin tener en cuenta a qué tipo de hogar se hace referencia[26]. Se puede observar que la curva estimada a nivel nacional (curva de color negro) es decreciente en todo el tramo del gasto total. La relación es prácticamente lineal, aunque se evidencia cierto grado de curvatura en los extremos, donde la cantidad de observaciones es menor.

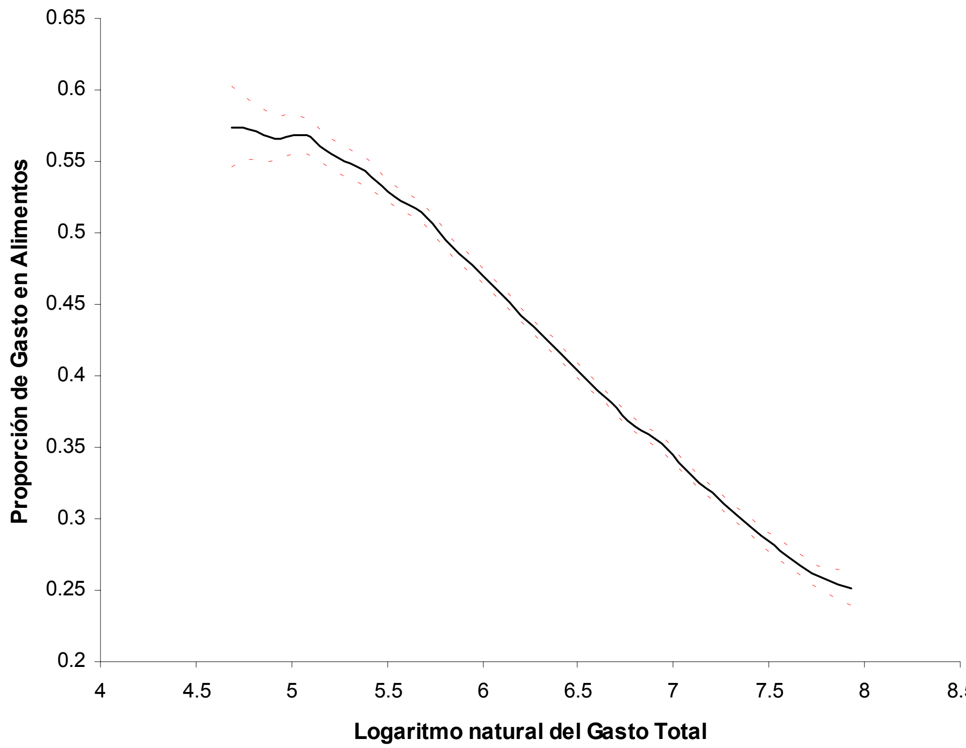
La proporción gastada en alimentos a nivel nacional disminuye desde un 57% para gastos totales de $108 aproximadamente (*ln(4.68)*), hasta un 25% para ingresos cercanos a $2779 aprox. (*ln(7.93)*). No obstante, el gasto en alimentos (medido en forma absoluta) es creciente respecto al nivel de gasto total del hogar. Por lo tanto, para un nivel general, se verifica el cumplimiento de la Ley de Engel en Argentina, de acuerdo a los datos empleados.

Para niveles bajos de gasto total, se observa que la tasa a la que disminuye la proporción gastada en alimentos (la pendiente de la curva), a medida que se incrementa el gasto total, es menor que para niveles altos. Este hecho se debe a que los hogares más pobres mejoran su alimentación a medida que su gasto total se incrementa. Entonces, ante incrementos similares en el gasto total, familias más pobres reducen menos la proporción gastada en alimentos que familias más ricas, que poseen sus necesidades alimenticias relativamente más satisfechas.

Los intervalos de confianza (curvas de color rojo) son bastante cercanos a la curva de Engel estimada, aunque se amplían para niveles de gasto total extremos, como es de esperarse, al ser menor la densidad de los datos. La precisión de la estimación se debe no solo a la gran cantidad de datos empleados en la misma, sino también al ancho de banda seleccionado.

[26] Según la metodología descripta, fueron removidas el 5% de las observaciones extremas.

GRÁFICO Nº 9: CURVA DE ENGEL GENERAL



5.2 - Estimaciones particulares:

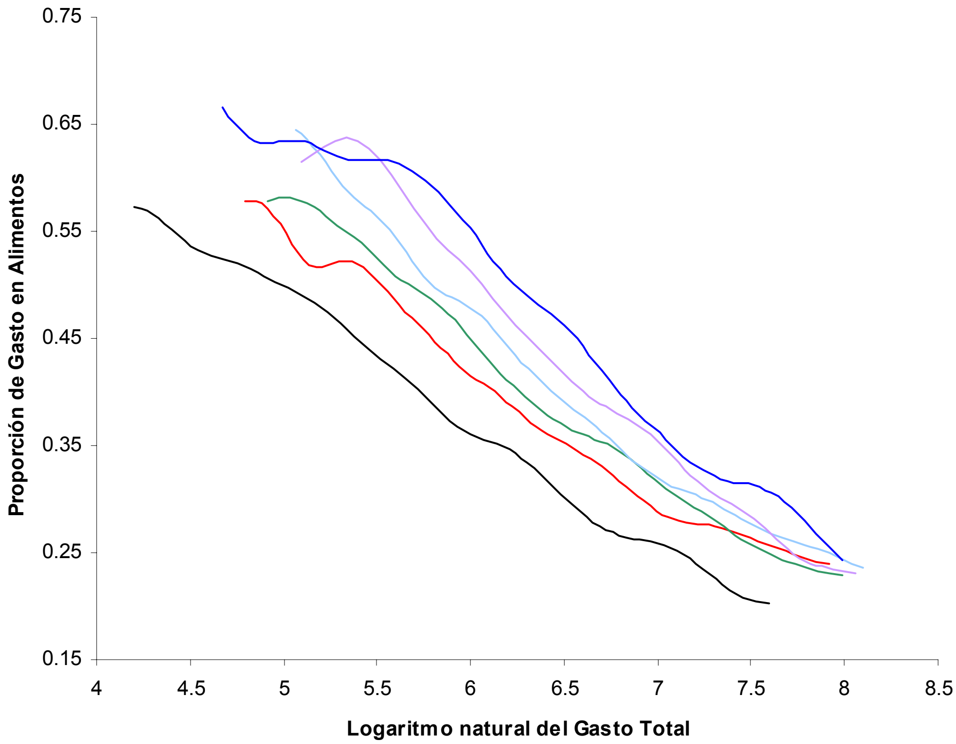
En el Gráfico Nº 10 se presentan las estimaciones de las curvas de Engel para los distintos tipos de hogar. No se graficaron los intervalos de confianza para simplificar la visualización, aunque fueron empleados en los análisis[27]. Las referencias se presentan en la siguiente tabla:

TABLA Nº 7: REFERENCIAS

Tipo de Hogar	*Color*
Unipersonal	Negro
Pareja sin hijos	Rojo
Pareja con 1 hijo	Verde
Pareja con 2 hijos	Celeste
Pareja con 3 hijos	Violeta
Pareja con 4 hijos	Azul

[27] El gráfico con las estimaciones realizadas y los intervalos de confianza se encuentra en el Anexo II.

GRÁFICO Nº 10: CURVAS DE ENGEL POR TIPO DE HOGAR



Se puede observar que la relación entre el gasto total del hogar y el porcentaje gastado en alimentos es negativa para todos los tipos de hogar. Es decir, que a medida que se incrementa el gasto total del hogar, la proporción que éste gasta en alimentos es cada vez menor. Este comportamiento es similar al de la curva de Engel estimada de forma general.

Aunque el paso siguiente sería analizar las diferencias en el comportamiento de todos los tipos de hogar, un análisis riguroso de las estimaciones y de los intervalos de confianza obtenidos indica que las curvas para algunas de las categorías de hogares no difieren significativamente entre sí. El problema se presenta entre las categorías *"Pareja con 1 hijo"* y *"Pareja con 2 hijos"*, y entre *"Pareja con 3 hijos"* y *"Pareja con 4 hijos"*. Por lo tanto, estas categorías fueron agrupadas y se procedió a estimar las nuevas curvas de Engel para estos hogares redefinidos.

5.3 - Estimación alternativa:

Se procedió a una nueva clasificación de los hogares, de acuerdo a la siguiente estructura de los mismos:

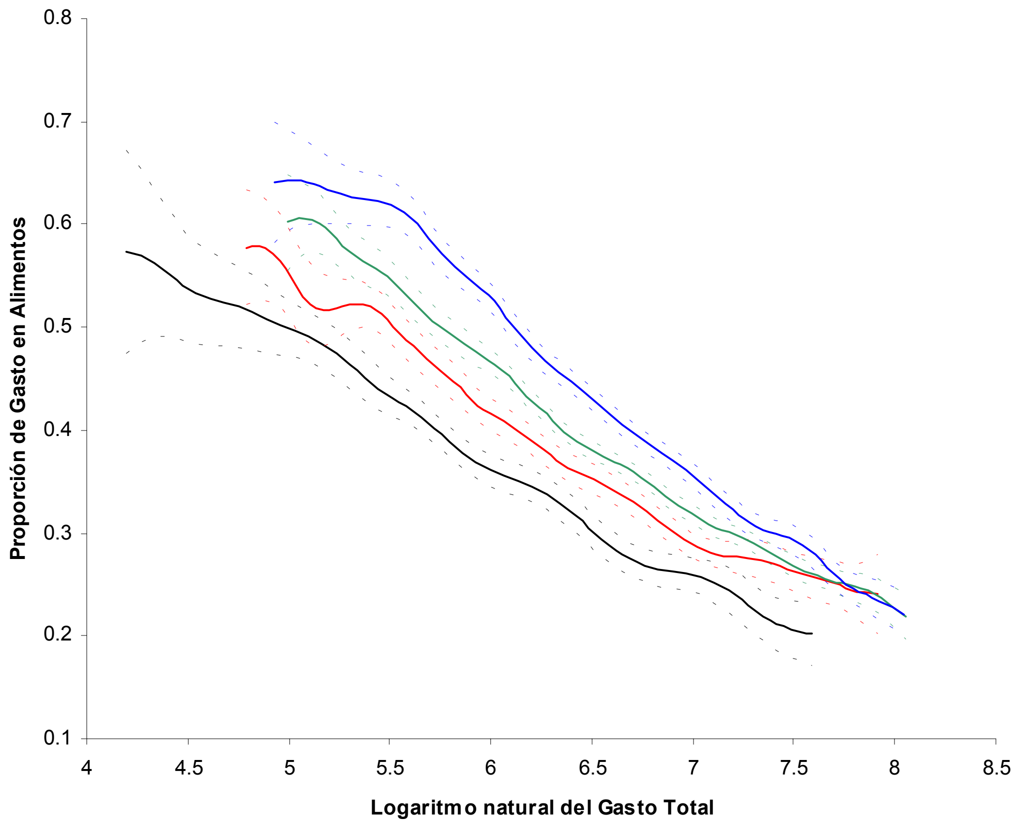
- *Hogar unipersonal:* ídem categoría original.
- *Pareja sin hijos:* hogares conformados por dos miembros, uno varón y el otro mujer, con edad entre 18 y 65 años.
- *Pareja con 1-2 hijos*: hogares conformados por 3-4 miembros, un varón y una mujer con edad entre 18 65 años; y 1-2 hijos, sin distinción de género, con edad entre 0 y 17 años.
- *Pareja con 3-4 hijos:* hogares conformados por 5-6 miembros, un varón y una mujer con edad entre 18 65 años; y 3-4 hijos, sin distinción de género, con edad entre 0 y 17 años.

En el Gráfico Nº 11 se presentan las estimaciones de las curvas de Engel para los distintos tipos de hogar y sus respectivos intervalos de confianza. Las referencias se presentan en la siguiente tabla:

TABLA Nº 8: REFERENCIAS

Tipo de Hogar	*Color*
Unipersonal	Negro
Pareja sin hijos	Rojo
Pareja con 1-2 hijos	Verde
Pareja con 3-4 hijos	Azul

GRÁFICO Nº 11: CURVAS DE ENGEL POR TIPO DE HOGAR



En el gráfico puede observarse que con la nueva categorización de los hogares, las curvas estimadas difieren significativamente en el rango intermedio del gasto total. De acuerdo a los datos, entonces, la estimación se ajusta mucho más a las predicciones teóricas en el mencionado rango de gasto.

En primer lugar, la linealidad de las curvas de Engel de los distintos tipos de hogar no es tan notoria como la observada en la estimación general. No obstante, las curvas estimadas son decrecientes para casi todo el rango del gasto total, cumpliéndose la Ley de Engel para los distintos tipos de hogar.

En segundo lugar, en las estimaciones por tipo de hogar también se observa el mismo comportamiento en la pendiente de las curvas que en la estimación a nivel general. La tasa a la que disminuye la proporción gastada en alimentos es menor para hogares con menor gasto total, independientemente de la categoría a la que pertenezca. La explicación de este fenómeno es la misma que la brindada a nivel general: hogares con bajo gasto total pueden mejorar su alimentación a medida que su gasto aumenta, mientras que aquellos con gasto total elevado poseen en mayor medida sus necesidades alimenticias satisfechas.

En tercer lugar, para un rango intermedio del gasto total, no se puede verificar la existencia de economías de escala considerables. No obstante, se observa que las curvas de Engel estimadas para hogares con más de un integrante parecen converger a una sola, a niveles de gasto total muy elevados. Esto se verifica por la superposición de los intervalos de confianza, en todas las categorías (a excepción del hogar unipersonal) para niveles de gasto total superiores a $1800 aproximadamente (*log(7.5)*). Este comportamiento es evidencia de inelasticidad de la participación del gasto en alimentos respecto del presupuesto, para altos niveles de gasto total. La proporción del gasto en alimentos es la misma aunque los hogares tengan distinto tamaño, para niveles de gasto total muy elevados. Si se verifica el mismo nivel de gastos, implica que el gasto en alimentos no aumenta frente a la presencia de un integrante adicional, lo que supondría economías de escala en gasto derivadas sobretodo de una sustitución en el tipo de alimentos adquiridos.

En cuarto lugar, y como es de esperarse, las curvas de Engel estimadas para hogares de mayor tamaño se encuentran por encima de las curvas de hogares más pequeños. Esto implica que, para un mismo nivel de gasto total, la incorporación de un miembro adicional aumenta la proporción gastada en alimentos del hogar.

Sin embargo, el incremento en la proporción no es independiente del miembro que se incorpora. Se observa que la incorporación de adultos al hogar posee efectos de distinta magnitud que los de la incorporación de hijos, verificándose que el patrón de consumo de un hogar no es independiente de su estructura demográfica. La distancia existente entre la curva de Engel del hogar unipersonal y la del hogar formado por una pareja, sin hijos, es mayor que la distancia existente entre la curva de este último tipo de hogar y la correspondiente a la incorporación de niños adicionales. Esto implica que la incorporación de un adulto al hogar produce un incremento en la proporción gastada en alimentos superior a la incorporación de niños. Entonces, la evidencia empírica confirma que los patrones de consumo de los hogares se ven afectados por las diferencias de gustos y necesidades de sus miembros.

Por último, y aunque no se han efectuado las estimaciones correspondientes que serán objeto de otro trabajo, la magnitud de la distancia horizontal entre curvas de Engel se relaciona con las denominadas escalas de equivalencia en el consumo. Puede postularse, bajo ciertos supuestos, que dos hogares con distinta composición demográfica estarán “igualmente bien” en términos de bienestar, o su situación será “equivalente” si ambos poseen la misma participación del gasto en alimentos respecto de su gasto total. Entonces, un hogar con mayor número de integrantes gastará más en alimentos y deberá tener un ingreso mayor de forma de mantener la participación del gasto en alimentos, para disfrutar de una situación equivalente en términos de bienestar. La diferencia en ingresos que le permitiría a un hogar de ciertas características alcanzar la misma proporción de sus gastos en alimentos respecto del hogar de referencia permite calcular la escala que le corresponde a esas características.

CONCLUSIONES:

El trabajo de investigación realizado para esta tesis pretende ser un aporte empírico, aplicado al caso de Argentina, acerca de la vigencia o no de la denominada "Ley de Engel": La participación del gasto en alimentos en el presupuesto de los hogares es mayor cuanto menor es el nivel de ingreso de los hogares. Los datos base de las estimaciones corresponden al período 1996 – 1997, que aunque distan de ser actuales son los únicos disponibles a la actualidad. Los objetivos planteados al inicio buscaban:

1. Analizar la relación entre gasto en alimentos y gasto total para hogares con distinta composición demográfica.

2. Determinar las características demográficas para las cuales las curvas de Engel difieren en forma significativa.

3. Estimar, mediante técnicas de regresión no paramétricas, curvas de Engel de alimentos para Argentina.

4. Analizar la existencia de economías de escala en el consumo de alimentos en hogares de distinta composición.

Al efecto de alcanzar los objetivos particulares planteados, se propusieron y analizaron las siguientes hipótesis de trabajo:

<u>Hipótesis Nº 1:</u> De acuerdo con la Ley de Engel, la proporción del gasto en alimentos es decreciente a medida que aumenta el nivel de gasto total.

Tanto a nivel general, como a nivel particular para los distintos tipos de hogar, la proporción de gasto en alimentos disminuye a medida que se incrementa el nivel de gasto total, aceptándose esta hipótesis. De acuerdo con los datos de gasto de consumo de los hogares de Argentina, para el período 1996 – 1997, se verifica el cumplimiento de la Ley de Engel.

Esto implica que a medida que un hogar incrementa su nivel de gasto total, la disminución en la proporción de gasto en alimentos permite destinar presupuesto hacia el consumo de otros bienes y servicios, menos básicos que los alimentos, para satisfacer otro tipo de necesidades, tales como indumentaria, vivienda, entretenimiento, etc. A pesar de que el gasto en alimentos medido en porcentaje disminuye, se incrementa en valor absoluto. Además, dado que los precios en estudios de corte transversal se suponen constantes, un aumento del gasto en alimentos (en valor absoluto) implica un aumento en las cantidades consumidas. Por lo tanto, y como es evidente, el incremento en el gasto del hogar incrementa su bienestar, dado que permite satisfacer mayores necesidades, por medio del consumo de mayor cantidad de bienes y servicios.

<u>Hipótesis Nº 2:</u> La disminución en la proporción del gasto en alimentos es menor para hogares más pobres (con menor nivel de gasto total), que para hogares más ricos.

Los resultados obtenidos en las estimaciones realizadas permiten aceptar esta hipótesis. Puede observarse directamente de los gráficos que la pendiente de la curva de Engel estimada, tanto a nivel general como a nivel particular, es menor para niveles bajos de gasto total que para niveles superiores.

Este resultado significa que un incremento en el nivel de gasto total de un hogar pobre reduce la proporción de gasto en alimentos menos que un incremento similar del gasto de un hogar rico. Ello se debe a que el hogar pobre posee necesidades alimenticias insatisfechas, por lo que, frente a un aumento en su gasto total, destina una parte del mismo a aumentar su consumo de alimentos. Por otra parte, los hogares de mayores ingresos están mejor alimentados y los aumentos en el gasto total se destinan, mayoritariamente, al consumo de otros bienes y servicios.

Hipótesis Nº 3: De acuerdo con la Ley de Engel, la proporción de gasto en alimentos es creciente a medida que se incrementa el tamaño del hogar, manteniendo el gasto total constante.

Las estimaciones realizadas para los distintos tipos de hogar indican que las curvas de Engel de hogares de mayor tamaño se encuentran por encima de las curvas de hogares más pequeños, para un amplio rango del gasto total. Entonces, la proporción de gasto en alimentos se incrementa a medida que aumenta el tamaño del hogar, manteniendo el gasto total constante; por lo que se acepta la hipótesis planteada.

El significado de este resultado es directo: las necesidades alimenticias de hogares más grandes son mayores que las de hogares más pequeños, por lo que deben destinar mayor proporción de su gasto total a satisfacerlas, para cualquier nivel de gasto total que posean.

Hipótesis Nº 4: La diferencia de gustos y/o necesidades de adultos y niños de un hogar se ve reflejada en su patrón de consumo de alimentos.

Las estimaciones realizadas demuestran que, si bien la proporción de gasto en alimentos es creciente respecto al tamaño del hogar, el patrón de consumo de alimentos del mismo no es independiente de su estructura demográfica. El efecto de la incorporación de un adulto adicional al hogar es mayor que el efecto de la incorporación de un niño, que se observa por la distancia existente entre las curvas de Engel de los hogares respectivos. Esto implica la existencia de necesidades y gustos diferentes entre miembros adultos y niños en el hogar, tal como lo enuncia la hipótesis planteada. Siendo más específicos, la proporción de gasto en alimentos se incrementa más con la incorporación de un adulto al hogar que con la de un niño.

Hipótesis Nº 5: A medida que incrementan su gasto total, los hogares de mayor tamaño presentan economías de escala en el consumo de alimentos.

Se verifica la existencia de economías de escala en la medida que la distancia horizontal entre las curvas de Engel que representan hogares con sucesivamente más integrantes, va siendo menor. Existe una diferencia importante entre las curvas que representan hogares compuestos por un adulto y por una pareja de adultos, pero la diferencia es proporcionalmente menor al incorporar un hijo a la pareja. La magnitud de las escalas difiere en función de la edad de los integrantes en consonancia con lo establecido en la hipótesis anterior. Luego, la diferencia en ingresos necesaria para los alimentos de hogares con un segundo, tercer o cuarto niño es aproximadamente proporcional. Según se desprende de los gráficos, en el tramo medio de ingresos, no se verifican economías de escala importantes derivadas de la incorporación de más niños al hogar. La explicación radica en que una vez amortizados ciertos gastos básicos para alimentación, cuyo consumo no varía en forma sustancial con el número de miembros (por ejemplo condimentos), otros gastos relacionados con los niños (por ejemplo fideos, leche, gaseosas, pollo, etc.) variarán en forma bastante proporcional.

En otras palabras, la existencia de alimentos cuyo consumo no es muy variable respecto al tamaño del hogar implica economías de escala importantes al pasar de un miembro a más integrantes, pero una vez amortizados, el gasto en alimentos agregado varía de forma proporcional al número de miembros del hogar. Por otra parte, para niveles elevados de gasto total, la convergencia de las curvas de Engel se debe a economías de escala derivadas de la sustitución en el tipo de alimentos adquiridos, tal como fue explicado en la sección anterior.

Por lo anteriormente expuesto, en nuestro país, y para el período 1996 – 1997, se aceptan todas las hipótesis planteadas, que surgen de la teoría microeconómica. Los resultados obtenidos, asimismo, permiten establecer implicancias para ciertas medidas de política económica, que pueden ser objeto de futuras investigaciones. La siguiente lista presenta algunas, aunque no todas, de las ventajas de emplear este tipo de investigaciones en la elaboración de políticas públicas:

1. Revisión de los coeficientes de Engel, empleados en nuestro país para el cálculo de la Canasta Básica de Servicios (CBS) que interviene en la definición de indigencia y pobreza. Actualmente, dicho coeficiente se calcula en base a requerimientos nutricionales, lo que implica una noción fisiológica de las necesidades que muchos autores consideran inadecuada.

2. De acuerdo con el punto anterior, es posible la revisión de criterios de equivalencia en bienestar para distintos tipos de hogares en términos de ingresos, y no en base a requerimientos nutricionales.

3. Análisis de los valores previstos en programas específicos de ayuda social para familias con distinta composición, así como el impacto de los mismos.

4. Cálculo de elasticidades-ingreso, para realizar estimaciones respecto del impacto de las mejoras del ingreso de los hogares sobre la demanda de alimentos.

Asimismo, este trabajo de investigación puede extenderse en diferentes sentidos. En primer lugar, cuando se encuentren disponibles los datos de la ENGH 2004 – 2005 sería posible y deseable realizar nuevas estimaciones que permitan comparar los resultados obtenidos, para analizar la evolución en el patrón de consumo de los hogares. En segundo lugar, la metodología propuesta es aplicable para el análisis de otros capítulos de gasto, como indumentaria y calzado, entretenimiento, educación, etc; así como también para grupos de bienes menos agregados. En tercer lugar, puede realizarse un análisis diferenciado por tipo de hogar y por región, tal como hicieron, de forma paramétrica, Rodríguez *et al* (2001). En cuarto lugar, pueden aplicarse metodologías no paramétricas distintas a la regresión por kernel en la estimación de curvas de Engel, para analizar las similitudes y diferencias entre los resultados obtenidos.

Por último, quiero destacar que la investigación aplicada de esta rama de la teoría microeconómica es escasa en nuestro país, por lo que considero que este trabajo permite realizar un aporte al debate sobre las curvas de Engel, su importancia y la aplicación de los resultados obtenidos de las mismas.

BIBLIOGRAFÍA:

Aitchinson, J. y Brown, J. A. C. (1953), "A Synthesis of Engel Curve Theory". The Review of Economic Studies, Vol. 22, Nº 1 (1954 – 1955), pp. 35 – 46. The Review of Economic Studies Ltd. http://www.jstor.org/stable/2296222, 18/07/2008, 14:03.

Allen, R. G. D. y Bowley, A. L. (1935), "Family Expenditure. A Study of its Variation". P.S. King and Son, Londres.

Atkinson, A. B., Gomulka, J. y Stern, N. (1990), "Spending on Alcohol: Evidence from the Family Expenditure Survey 1970-1983". The Economic Journal, Vol. 100, Nº 402, pp. 808 – 827. Blackwell Publishing for the Royal Economic Society. http://www.jstor.org/stable/2233660, 22/09/2008, 15:28.

Banks, J., Blundell, R. y Lewbel, A. (1997), "Quadratic Engel Curves and Consumer Demand". The Review of Economics and Statistics, Vol. 79, Nº 4, pp. 527-539. The MIT Press. http://www.jstor.org/stable/2951405, 11/07/2008, 09:13

Bierens, J. y Pott-Buter, H. (1987), "Specification of Household Expenditure Functions and Equivalence Scales by Non Parametric Regression". Research Memorandum 44. Vrije Universiteit. Amsterdam.

Blundell, R., Browning, M. y Crawford, I. (1997), "Non-parametric Engel Curves and Revealed Preferences". IFS Working Paper. Institute for Fiscal Studies. Londres. W97/14

Blundell, R. y Duncan, A. (1997), "Kernel Regression in Empirical Microeconomics". Institute for Fiscal Studies. Londres.

Brown, A. y Deaton, A. (1972), "Surveys in Applied Economics: Models of Consumer Behaviour". The Economic Journal, Vol. 82, Nº 328, pp. 1145-1236. Blackwell Publishing for the Royal Economic Society. http://www.jstor.org/stable/2231303, 11/08/2008, 10:02.

Chai, A. y Moneta, A. (2008), "At the Origins of Engel Curves Estimation". Papers on Economics and Evolution, Max Planck Institute of Economics, Nº 0802. Evolutionary Economics Group.

Deaton, A. (1978), "Specification and Testing in Applied Demand Analysis". The Economic Journal, Vol. 88, Nº 351, pp. 524 – 536. Blackwell Publishing for the Royal Economic Society. http://www.jstor.org/stable/2232051, 01/10/2008, 14:00.

Deaton, A. (1997), "The Analysis of Household Surveys". Publicado para el Banco Mundial, The John Hopkins University Press, Baltimore y Londres.

Deaton, A. y Muellbauer, J. (1980), "Economics and Consumer Behavior". Cambridge University Press. 2da Edición.

Deaton, A. y Muellbauer, J. (1980), "An Almost Ideal Demand System". The American Economic Review, Vol. 70, Nº 3, pp. 312 – 326. American Economic Association. http://www.jstor.org/stable/1805222, 16/04/2008, 12:09.

Deaton, A. y Paxson, C. (1998), "Economies of Scale, Household Size, and the Demand for Food". Journal of Political Economy, Vol. 106, Nº 5, pp. 897 - 930.

Del Vecchio, G. (1912), “Relazioni fra entrata e consumo”. Giornale degli economista, 3d ser., XLIV, pp. 111 – 142, 228 – 254, 389 – 439.

DiNardo, J. y Tobias, J. L. (2001), “Nonparametric Density and Regression Estimation”. The Journal of Economic Perspectives, Vol. 15, N° 4, pp. 11 – 28. American Economic Association. http://www.jstor.org/stable/2696513, 14/07/2008, 08:18.

Engel, E. (1857), “Die Productions- und Consumptionsverhaeltnisse des Koenigsre-ichs Sachsen". Reimpreso con Engel (1895), Anlage I, pp. 1 – 54.

Engel, E. (1895), “Die Lebenskosten Belgischer Arbeiter-Familien früher und jetzt”. Internacional Statistical Institute Bulletin, 9, N° 1, pp. 1 – 74.

Gan, L. y Vernon, V. (2001), “Testing the Barten Model of Economies of Scale in Household Consumption: Toward Resolving a Paradox of Deaton and Paxson”. Department of Economics, University of Texas.

Gozalo, P. y Linton, O. (2000), “Local nonlinear least squares: Using parametric information in nonparametric regression”. Journal of Econometrics, Nº 99, pp. 63 – 106.

Gujarati, D. (1997), “Econometría”. Ed. McGraw – Hill, 3ra Edición.

Härdle, W. (1994), “Applied Nonparametric Regression”. Institut für Statistik und Ökonometrie, Humboldt-Universität zu Berlin. Berlín.

Härdle, W. y Linton, O. (1994), “Applied Nonparametric Methods”. The Handbook of Econometrics, Vol. IV, pp. 2295 – 2339.

Houthakker, H. S. (1957), “An International Comparison of Household Expenditure Patterns Commemorating the Centenary of Engel’s Law”. Econometrica, Vol. 25.

Instituto Nacional de Estadística y Censos de la República Argentina (1999), “Encuesta Nacional de Gastos de los Hogares 1996 – 1997: Base de Datos por Regiones”. INDEC, Dirección de Estudios de Ingresos y Gastos de los Hogares.

Leser, C. E. V. (1963), “Forms of Engel Functions”. Econometrica, Vol. 31, N° 4, pp. 694 – 703. The Econometric Society. http://www.jstor.org/stable/1909167, 11/08/2008, 12:30.

Lewbel, A. (2006), “Engel Curves”. Entry for The New Palgrave Dictionary of Economics, 2da ed. Boston College.

Muellbauer, J. (1976), “Community Preferences and the Representative Consumer”. Econometrica, Vol. 44, Nº 5, pp. 979 – 999. The Econometric Society.

Nadaraya, E. A. (1964), “On estimating Regression”. Theory of Probability and its Applications, 10, pp. 186 – 190.

Nicholson, J. L. (1949), “Variations in Working-class Family Expenditure”. Journal of the Royal Statistical Society, A 112, pp. 359 – 411.

Ogburn, W. (1919), "Analysis of the Standard of Living in the District of Columbia in 1916". Publications of the American Statistical Association, Vol. XVI (1918 – 1919), pp. 374 – 392.

Pizzolito, G. (2007), "Curvas de Engel de Alimentos, Preferencias Heterogéneas y Características Demográficas de los Hogares: Estimaciones para Argentina". Documento de Trabajo Nº 45, CEDLAS, Universidad Nacional de La Plata.

Prais, S. J. (1952), "Non-linear Estimates of the Engel Curves". The Review of Economic Studies, Vol. 20, Nº 2, pp. 87 – 104. The Review of Economic Studies Ltd. http://www.jstor.org/stable/2295843, 18/07/2008, 14:23.

Pyndick R. S. y Rubinfeld, D. L. (1998), "Microeconomía". Ed. Prentice Hall, 4a Edición.

Rodríguez, E., Berges, M. y Casellas, K. (2001), "Diferencias regionales en el consumo de alimentos de los hogares argentinos". Revista Argentina de Economía Agraria, Nueva Serie, Vol. IV, Nº 1, pp. 3 – 11.

Samuelson, P. (1950), "The Problem of Integrability in Utility Theory", Economica, New Series, Vol. 17, Nº 68, pp. 355 – 385. Blackwell Publishing.

Schwabe, H. (1868), "Das Verhältniss von Miethe und Einkommen in Berlin". Berlin und Seine Entwickelung für 1868, Berlín.

Silverman, B. W. (1986), "Density Estimation for Statistics and Data Analysis". London: Chapman and Hall.

Stigler, G. J. (1954), "The Early History of Empirical Studies of Consumer Behavior". The Journal of Political Economy, Vol. 62, Nº 2, pp. 95 – 113. The University of Chicago Press. http://www.jstor.org/stable/1825569, 19/09/2008, 13:08.

Ullah, A. (1988), "Non-Parametric Estimation of Econometric Functionals". The Canadian Journal of Economics / Revue canadienne d'Economique, Vol. 21, Nº 3, pp. 625 – 658.

Varian, H. (1978), "Análisis Microeconómico". Ed. Antoni Bosch, 3ra Edición.

Watson, G. S. (1964), "Smooth Regression Analysis". Sankhya, Series A, 26, pp. 359 – 372.

Working, H. (1943), "Statistical Laws of Family Expenditure", Journal of the American Statistical Association, Vol. 38, Nº 221, pp. 43 – 56. American Statistical Association. http://www.jstor.org/stable/2279311, 11/08/2008, 12:36.

Yatchew, A. (2003), "Semiparametric Regression for the Applied Econometrician". Cambridge University Press, 1ra Edición.

ANEXO I:

Para la realización de esta tesis, se conformaron distintas bases de datos, de acuerdo a la clasificación realizada de las observaciones. Además, se crearon nuevas variables, necesarias para la estimación de las curvas:

- ***Lngas***: variable continua, mide el logaritmo natural del gasto total del hogar.

- ***Share***: variable continua, mide el porcentaje de gasto en alimentos respecto al gasto total del hogar. Varía entre 0 y 1.

- ***Tipo***: variable discreta, categoriza al hogar de acuerdo a la estructura establecida. Varía entre 1 (*hogar unipersonal*) y 6 *(pareja con 4 hijos*). A aquellos hogares que no quedaron dentro de alguna de las categorías se les asigno el número 9 (*otro*).

Los cuadros y tablas que contienen información respecto a las características de las observaciones empleadas fueron construidos con el software *Stata*, versión 9.2.

La estimación de las curvas de Engel y sus respectivos intervalos de confianza fue realizada de acuerdo al siguiente procedimiento:

1. Obtención de los percentiles 2.5 y 97.5 de la variable *"lngas"* para excluir el 5% de las observaciones extremas.

2. Obtención del ancho de banda para la variable *"lngas".*

3. Estimación por kernel de la curva de Engel, empleando el estimador Nadaraya – Watson.

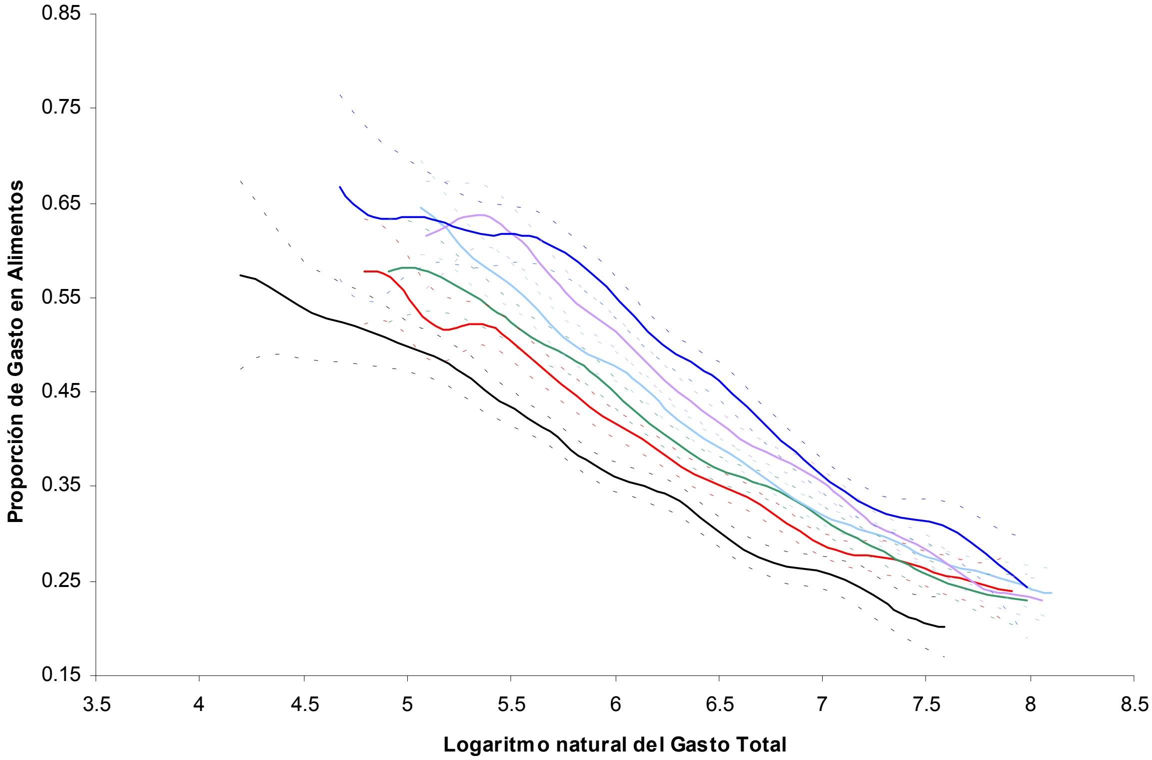
4. Traspaso de los resultados obtenidos al software *R*, versión 2.8.

5. Estimación de los intervalos de confianza por bootstrap, a un nivel de confianza del 95%.

6. Representación gráfica de las curvas estimadas y sus intervalos de confianza.

ANEXO 2:

En el siguiente gráfico se presentan las curvas de Engel estimadas bajo la primer categorización de los hogares; junto con sus intervalos de confianza, calculados a un nivel de confianza del 95%. Las referencias se encuentran debajo, en la tabla. Puede observarse el que los intervalos de confianza de las curvas de los distintos tipos de hogar se entrecruzan en un amplio rango del gasto total, lo que implica que las mismas no son estadísticamente distintas.



Tipo de Hogar	*Color*
Unipersonal	Negro
Pareja sin hijos	Rojo
Pareja con 1 hijo	Verde
Pareja con 2 hijos	Celeste
Pareja con 3 hijos	Violeta
Pareja con 4 hijos	Azul