

EL USO DE LA PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA EN LA DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA DE PONDERACIÓN DE UN INDICADOR DE ACTIVIDAD ECONÓMICA*

¹Agliano, Gianluca; ¹Lacaze, María Victoria; ¹Alegre, Patricia y ²Lupín, Beatriz

¹ Grupo de Investigación Indicadores Socioeconómicos, Facultad de Ciencias Económicas y Sociales- Universidad Nacional de Mar del Plata. Funes 3250, B7602AYJ, Mar del Plata, Buenos Aires.

² Asignatura Matemática para Economistas II, Facultad de Ciencias Económicas y Sociales- Universidad Nacional de Mar del Plata. Funes 3250, B7602AYJ, Mar del Plata, Buenos Aires.

gianlucaagliano@gmail.com - mvlacaze@mdp.edu.ar - palegre@mdp.edu.ar - beatrizlupin@gmail.com

Resumen

Recibido: 26-10-2023 Aceptado: 06-12-2023	<p>La actividad económica se caracteriza por tener una trayectoria cíclica. En países territorialmente extensos, como Argentina, se presentan distribuciones factoriales no homogéneas y estructuras productivas diferenciadas que dan origen a ciclos económicos subnacionales con características singulares y dinámicas específicas, a menudo distantes de las de la economía nacional en su conjunto. Si bien el Producto es el indicador que mide con mayor precisión la actividad económica, la imposibilidad de contar con estimaciones a nivel subnacional, periódicas y de alta frecuencia, ha promovido el desarrollo de programas de investigación destinados a generar indicadores sintéticos de alcance provincial, regional y local. Para el caso del Municipio de General Pueyrredón, en la provincia de Buenos Aires, se ha estimado una primera versión del Indicador Sintético de Actividad Económica (ISAE-GP) para el período 2004-2018.</p> <p>El presente trabajo aplica técnicas de programación matemática no lineal para reconsiderar los criterios de ponderación aplicados y, consecuentemente, evaluar el impacto de estos cambios metodológicos en la construcción del indicador. A tal fin, se presenta un análisis comparativo entre la versión ya disponible del ISAE-GP y la generada en este documento. Los resultados indican que ambas versiones muestran niveles de volatilidad muy similar e idénticas tendencias y puntos de giro. Asimismo, el ajuste del ISAE-GP a las macromagnitudes de referencia utilizadas resulta marginalmente mejor para la versión basada en la estructura de ponderación alternativa. Estos hallazgos resultan imprescindibles para avanzar en una próxima etapa de calibración del indicador construido.</p>
Palabras clave Indicador sintético, Estructura de ponderación, Programación matemática, Restricciones de desigualdad, Partido de General Pueyrredón.	

Copyright: Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires.

ISSN (En línea) 2362 3225

*Los resultados centrales de esta investigación corresponden a la Beca Estímulo a las Vocaciones Científicas EVC-CIN del Estudiante Gianluca Agliano, bajo la dirección de M. Victoria Lacaze y la codirección de Patricia Alegre, durante el período septiembre 2021-agosto 2022. Asimismo, el Estudiante Agliano se desempeñó como docente de la Asignatura Matemática para Economistas II, entre agosto 2021 y agosto 2023.

THE USE OF MATHEMATICAL PROGRAMMING IN THE DEFINITION OF THE WEIGHTING STRUCTURE OF AN ECONOMIC ACTIVITY INDICATOR

Abstract

KEYWORDS

Synthetic indicator,
Weighting structure,
Mathematical programming,
Inequality constraint,
Municipality of General
Pueyrredon

Economic activity is characterized by having a cyclical trajectory. In territorially extensive countries, such as Argentina, there are non-homogeneous factor distributions and differentiated productive structures that give rise to subnational economic cycles with unique characteristics and dynamics usually far from those of the national economy. Although the Product is most accurate indicator when measuring economic activity, the lack of periodic and high-frequency estimates at the subnational level has challenging research programs which aimed at generating composite indicators of provincial, regional or even local scope. In the case of the Municipality of General Pueyrredon, located in Buenos Aires province, a first version of its Synthetic Indicator of Economic Activity (ISAE-GP) has recently been estimated for the period 2004-2018.

This paper applies nonlinear mathematical programming techniques to reconsider the weighting criteria and, consequently, evaluates the impact of these methodological changes on the indicator's structure. To this end, a comparative analysis between the ISAE-GP's available version and the one which is generated in this article is presented. The results indicate that both versions show very similar volatility levels and identical trends and turning points. Besides, the adjustment of the ISAE-GP to the variables of reference is marginally better when considering the alternative weighting structure. These elements constitute critical inputs in order to advance in calibrating the composite indicator.

INTRODUCCIÓN

Los ciclos económicos describen las fluctuaciones consecutivas e intercaladas que experimenta la actividad económica. Realizar su seguimiento, analizando su duración e intensidad, resulta clave para anticipar expansiones y recesiones y evaluar a priori los posibles efectos de las medidas de política macroeconómica (Jorrat, 2003). El indicador que con mayor precisión mide la actividad económica, es el Producto. Definido como el valor monetario de los bienes y servicios finales producidos por una economía durante un período determinado, recibe la denominación de Producto Interno Bruto (PIB) si hace referencia a la actividad de un país. Pero si las mediciones se circunscriben a la actividad de una provincia, región o departamento¹, se denomina Producto Bruto Geográfico (PBG). Ambos indicadores se elaboran dentro del Sistema de Cuentas Nacionales (SCN), con base metodológica de la Organización de las Naciones Unidas. El Censo Nacional Económico (CNE) constituye una fuente de información imprescindible para la elaboración del período base del PIB/PBG por el nivel de detalle y la amplitud de la cobertura que dicho operativo posee (Atucha, Errazti, Lacaze, Labrunée, López & Volpato, 2012).

A nivel subnacional, los entramados productivos pueden generar ciclos económicos singulares que no necesariamente reproducen la dinámica económica nacional (Trujillo Aranda, Benítez Márquez & López Delgado, 2000). Por lo tanto, resulta de vital importancia conocer la dinámica productiva al interior del territorio argentino, para lo cual se necesitan indicadores apropiados. Al respecto, cabe mencionar que, en el año 1993, se dispuso la descentralización de la estimación de los PBG provinciales desde el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC) hacia las dependencias provinciales de estadística. La actividad pasó a tener carácter facultativo. Entre las provincias que estiman su PBG se observa una gran amplitud de criterios metodológicos y calendarios de difusión advirtiéndose, también, importantes rezagos y discontinuidades en la propia generación de las mediciones, circunstancias que han operado en detrimento de la comparabilidad de los resultados disponibles. Cabe señalar que, a diferencia del PIB, el PBG se estima con frecuencia anual y muy pocas provincias disponen de indicadores trimestrales que brinden información provisoria en forma más contemporánea (Lacaze, Alegre, Errea & Fernandez, 2023).

Todo lo expuesto permite acertadamente concluir que, al interior de las provincias, la generación de información productiva es mucho más compleja e infrecuente. En algunas jurisdicciones se ha logrado determinar la participación relativa de cada municipio en la cuenta de producción provincial mediante la adopción de estrategias “de tipo descendente”, que emplean criterios territoriales de asignación sobre un conjunto de indicadores de residencia para generar desagregados a nivel municipal (Atucha *et al.*, 2012). Por otra parte, y solo en escasos departamentos y regiones del país se aplican “métodos ascendentes” para estimar el saldo de la cuenta de producción local, lo que implica obtener el valor agregado de cada subrama, rama y sector de actividad por compilación de fuentes primarias. Uno de los casos es el del Partido de General Pueyrredon (PGP) en la provincia de Buenos Aires, para el cual están disponibles las series de PBG 1993-1999 (Atucha, López & Volpato, 1999) y 2004-2012 (Wierny, 2012; Lacaze *et al.*, 2014). Otro caso es el de la Región Gran Rosario, provincia de Santa Fe, que dispone de estimaciones de PBG para la serie 1993-2009 (Woelflin *et al.*, 2012).

¹ En algunas provincias, como la de Buenos Aires, los departamentos reciben la denominación de municipios o partidos, por lo que dichos conceptos se utilizan indistintamente en este trabajo.

Estimar el PBG, con los rezagos significativos que presenta la disponibilidad de información estadística censal -el último CNE con resultados definitivos es el realizado en 2004-2005-, constituye una limitante generalizada para todos los ámbitos subnacionales. Dado este escenario, en distintas jurisdicciones se han desarrollado programas de investigación destinados a estimar indicadores sintéticos (o compuestos, como también se los denomina) de actividad económica. Los mismos son elaborados sobre la base de un reducido número de series estadísticas de alta frecuencia, disponibles a nivel local y que se mueven sincrónicamente entre sí y en forma correlacionada con el ciclo económico (Jorrot, 2003). A su vez, se clasifican en indicadores coincidentes -si sus puntos de giro coinciden con los de la actividad económica-, líderes -cuando se elaboran para anticipar el comportamiento de la actividad- o rezagados -cuando se generan para confirmar cambios de fases del ciclo- (Pizzi, Maradona, Maradona, Perlbach, Mattan & Piran, 2019).

Para el caso del PGP, en la provincia de Buenos Aires, ha sido recientemente estimado un Indicador Sintético de Actividad Económica de General Pueyrredon (ISAE-GP) para el período 2004-2018 (Lacaze *et al.*, 2021). Dicho indicador es coincidente y de frecuencia mensual. La metodología aplicada para su construcción es la desarrollada por el *National Bureau of Economic Research* (NBER) y transferida, desde 1995, a *The Conference Board*. De acuerdo a esta estrategia de estimación, los ponderadores o pesos relativos de las series componentes están inversamente relacionados con la volatilidad que las mismas presentan, a fin de que ninguna resulte predominante. En consecuencia, las variaciones del indicador constituyen un promedio ponderado de las variaciones que registran las series constitutivas (TCB, 2001).

Este trabajo presenta un ejercicio metodológico que consiste en modificar la estrategia implementada para la selección de los ponderadores de los datos fuente del ISAE-GP. A tal fin, se ejecuta el procedimiento propuesto por López García & Castro Núñez (2004) y aplicado para Argentina por Muñoz & Trombetta (2015), que permite obtener los nuevos ponderadores mediante la resolución de un problema de programación matemática con restricciones de desigualdad. De esta manera, se compara la trayectoria temporal de la versión original del ISAE-GP con la versión que se obtiene tras aplicar la estrategia metodológica que genera una estructura de ponderación alternativa. A tal fin, el artículo se estructura de la siguiente manera. La sección 2, a continuación, desarrolla la metodología del trabajo, exponiendo los fundamentos de la programación matemática utilizada, la estrategia metodológica aplicada para la ponderación de las series componentes y la secuencia de pasos requeridos para la construcción del ISAE-GP. Luego, la sección 3, presenta los resultados obtenidos. Finalmente, en la sección 4 se exponen las principales conclusiones.

2. METODOLOGÍA

Esta sección contiene dos apartados. El primero, reseña los fundamentos básicos de la programación matemática utilizada en el problema formulado. El segundo, expone la interpretación económica dada a ese problema en el contexto de la construcción de un indicador sintético de actividad económica y sintetiza la estrategia aplicada para obtener el ISAE-GP.

PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA NO LINEAL

La programación matemática permite tratar problemas de optimización con restricciones de desigualdad. Esta última característica constituye la principal diferencia respecto a la optimización

clásica, que solo admite restricciones bajo la forma de ecuaciones. De esta manera, la programación matemática aborda la solución de problemas de maximización o de minimización con mayor realismo, contribuyendo más adecuadamente a la toma de decisiones. Siguiendo a Chiang (1987) y a Sydsaeter & Hammond (1996), en términos generales un problema de maximización con restricciones de desigualdad se puede escribir de la siguiente manera:

$$\max f(x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ sujeto a } \begin{cases} g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq c_1 \\ g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq c_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq c_m \end{cases} \quad (01)$$

De forma análoga es posible especificar un problema de minimización con restricciones de desigualdad:

$$\min f(x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ sujeto a } \begin{cases} g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq c_1 \\ g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq c_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq c_m \end{cases} \quad (02)$$

En ambas formulaciones, $f(x_i)$ y $g(x_i)$ son las funciones objetivo y de restricción, respectivamente; x_i representa las variables estructurales o de decisión y c_j simboliza las constantes reales, con $i = 1, 2, \dots, n$ y $j = 1, 2, \dots, m$.

Como se observa, las restricciones se expresan como un sistema de m ecuaciones con n incógnitas - m puede ser mayor, menor o igual que n -. Si el sentido de las desigualdades es otro, basta con multiplicar por -1 a ambos miembros de cada una. Asimismo, se supone que todas las funciones involucradas son continuamente diferenciables y, usualmente, en problemas económicos, que las variables son no negativas debido a la propia naturaleza de los fenómenos bajo estudio. Por su parte, el conjunto de vectores $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, que verifican todas las restricciones, se denomina solución factible o admisible. La colección de todas las soluciones factibles constituye la región factible. Una solución es óptima si es factible y proporciona el valor óptimo de la función objetivo.

Las variantes de la programación matemática son la programación lineal y la programación no lineal. En este trabajo se focaliza en la segunda alternativa, vale decir, en la que aborda el tratamiento de aquellos casos en los que la función objetivo y/o las restricciones son no lineales. A diferencia de lo que ocurre con la programación lineal, la solución óptima puede estar ubicada en el interior de la región factible, la que puede ser convexa o no (Gutiérrez Sánchez, 2022). Conforme a Mattig (2015), la programación no lineal, como otro tipo de optimización, se puede clasificar siguiendo diversos criterios, a saber: 1) dinámica o estática, según incluya o no a la variable “tiempo”; 2) determinística o estocástica, si se conocen con exactitud o no todos los datos y 3) continua o discreta, atendiendo a la naturaleza de las variables estructurales. La programación no lineal aplicada en este trabajo es dinámica, determinística y continua.

En programación no lineal, resultan relevantes las condiciones de primer orden de Kuhn-Tucker (1951)², las que, a partir, de la función lagrangiana:

$$L = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{j=1}^m \lambda_j [c_j - g(x_1, x_2, \dots, x_n)] \quad (03)$$

en el caso de maximización, adoptan las siguientes formas:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} \leq 0 \quad x_i \geq 0 \quad \text{y} \quad x_i \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \quad (04)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_j} \geq 0 \quad \lambda_j \geq 0 \quad \text{y} \quad \lambda_j \frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = 0 \quad (05)$$

y, en el caso de minimización, las presentadas a continuación:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} \geq 0 \quad x_i \geq 0 \quad \text{y} \quad x_i \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \quad (06)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_j} \leq 0 \quad \lambda_j \geq 0 \quad \text{y} \quad \lambda_j \frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = 0 \quad (07)$$

siendo λ_j los Multiplicadores de Lagrange.

Horizontalmente, las expresiones (04)-(05) y (06)-(07), se encuentran conformadas por condiciones relacionadas a las variables estructurales (x_i) y a los Multiplicadores de Lagrange (λ_j). Por su parte, de la lectura vertical se desprenden condiciones marginales, restricciones de no negatividad y condiciones de holgura complementaria.³

Las condiciones de Kuhn-Tucker son necesarias porque permiten retener los puntos candidatos para verificar la existencia de un máximo o de un mínimo local. Como un máximo o mínimo global debe ser también un máximo o mínimo local, tales condiciones deben verificarse en caso de máximo o de mínimo global. Ahora bien, estas condiciones cumplen su propósito solo si se verifica la hipótesis denominada “cualificación de restricciones”, vale decir, aquella que permite comprobar la no existencia de ciertas irregularidades en la frontera de la región factible si la solución óptima se ubica allí. Particularmente, las restricciones lineales siempre califican.

² Estas condiciones, también, son conocidas como de Karush-Kuhn-Tucker dado que los matemáticos estadounidenses Harold Kuhn (1925-2014) y Albert Tucker (1908-1995) reconocieron públicamente los estudios previos -no publicados- del matemático estadounidense William Karush (1917-1997). (Martínez Sánchez, 2018)

³ Son aquellas que permiten calcular la solución óptima del dual a partir de la solución óptima del primal y viceversa.

Por otra parte, el Teorema de Suficiencia de Kuhn-Tucker, para el caso de maximización global se cumple si: 1) la función objetivo es continuamente diferenciable y cóncava en el cuadrante no negativo, 2) cada restricción es continuamente diferenciable y convexa en el cuadrante no negativo y 3) el punto candidato a óptimo satisface las condiciones de Kuhn-Tucker. Cuando se trata de una minimización global basta con intercambiar las palabras “cóncava” y “convexa” en 1) y 2). Al garantizarse el cumplimiento de la “cualificación de las restricciones”, las condiciones de Kuhn-Tucker se transforman en necesarias y suficientes.

CONSTRUCCIÓN DE INDICADORES SINTÉTICOS

La construcción de un indicador sintético de actividad económica requiere de una metodología de trabajo cuantitativa, de tipo estadístico-econométrica. En particular, la obtención del ISAE-GP, que se detalla en Lacaze *et al.* (2021) y se sintetiza a continuación, aplica la estrategia de *The Conference Board* (TCB, 2001) que es utilizada mundialmente por numerosos trabajos. Para el caso de aplicaciones en Argentina, la contribución pionera es la del Programa Ciclos Económicos de la Universidad Nacional de Tucumán (Jorrat, 2003).⁴

El procedimiento parte de la elección de una macromagnitud de referencia. Para el ISAE-GP y tal como se mencionó en la Introducción, fueron consideradas dos opciones. Por un lado, el Producto Bruto Geográfico (PBG) de General Pueyrredon, elaborado con frecuencia anual y disponible para una parte del período bajo estudio, 2004-2012 (Lacaze *et al.*, 2014). Por otro lado, el Estimador Mensual de la Actividad Económica (EMAE) del INDEC, generado con frecuencia mensual y que se encuentra disponible para todo el período considerado, 2004-2018.

Seguidamente, se deben compilar series estadísticas de alta frecuencia y disponibles a nivel local, considerando los usuales criterios estadísticos y económicos de cobertura temporal, representatividad económica, consistencia estadística, estabilidad de las mediciones, disponibilidad, periodicidad y suavidad (Jorrat, 2003; Martínez *et al.*, 2017). Para el caso del ISAE-GP fueron consideradas treinta series estadísticas de frecuencia mensual y disponibles para el intervalo analizado, de las cuales fueron seleccionadas las que se presentan en la Tabla 1.

⁴ Otros trabajos que generan indicadores sintéticos provinciales o locales en Argentina con esta metodología son los de D' Jorge *et al.* (2007), Michel Rivero (2007), Muñoz, Ortner & Pereira (2008), Lapelle (2015), Muñoz & Trombetta (2015), Martínez, Mauri, Roy & Farfán (2017), Delbianco (2017), Pizzi *et al.* (2019) y Malvicino, Attaguile & Ruiz (2021). Cabe aclarar que los manuales metodológicos de indicadores compuestos sugieren diversas estrategias alternativas para la obtención de los ponderadores, ninguna de las cuales aparece como superior *ex ante*. En efecto, hay consenso en la literatura respecto de que el método debe ser seleccionado en función de las particularidades de cada contexto.

Tabla 1. Series seleccionadas para la construcción del ISAE-GP

Nombre	Fuente	Unidad	Frecuencia	Período
Agua	OSSE-MGP	m ³	Mensual	2004-2018
Electricidad	CAMMESA	GWh	Mensual	2004-2018
Transporte	Transporte Urbano de Pasajeros - MGP	Boletos	Mensual	2004-2018
Gas residencial	Camuzzi Gas Pampeana	m ³	Mensual	2004-2018
Arribos	EMTUR-MGP	Personas	Mensual	2004-2018
Vehículos	MGP	Trámites	Mensual	2004-2018
Combustible	SEN	m ³	Mensual	2005-2018
Tasa ISH	ARM – MGP	\$	Mensual	2006-2018
Recursos	ARM – MGP	\$	Mensual	2006-2018
Gas industrial	Camuzzi Gas Pampeana	m ³	Mensual	2013-2018

OSSE: Obras Sanitarias Sociedad de Estado. MGP: Municipalidad de General Pueyrredon. CAMMESA: Compañía Administradora del Mercado Mayorista Eléctrico Sociedad Anónima. EMTUR: Ente Municipal de Turismo. SEN: Secretaría de Energía de la Nación. ARM: Agencia de Recaudación Municipal. Fuente: Lacaze *et al.* (2021).

La serie *Agua* corresponde a las actividades de producción (captación, extracción y depuración) y distribución de agua potable para consumo humano que realiza la empresa OSSE. La serie *Electricidad* describe el consumo de energía eléctrica total en el PGP, independientemente del tipo de usuario. La serie *Transporte* constituye el total de boletos cancelados en el sistema de transporte público urbano en las ciudades de Mar del Plata, Batán y otras localidades del PGP como Sierras de los Padres y el Boquerón. La serie *Gas residencial* describe el consumo de gas realizado por hogares, comercios, escuelas, instituciones públicas y pequeñas firmas en el PGP a excepción del suministrado por los subdistribuidores de la firma Camuzzi Gas Pampeana en la ciudad de Batán y la localidad de Camet. La serie *Gas industrial* refleja el consumo de gas por parte de grandes usuarios (básicamente, son firmas industriales). Esta serie no incluye el consumo de gas correspondiente a la Central Térmica 9 de julio. La serie *Arribos* corresponde a total de turistas o visitantes que ingresaron a la ciudad de Mar del Plata por todos los medios de transporte disponibles (avión, ómnibus, tren y automóvil). La serie *Vehículos* representa el total de trámites de patentamientos y transferencias de vehículos (automotores y motocicletas), nuevos o usados, que se realizan en el PGP. La serie *Combustible* es representativa del total de despachos mayoristas de combustible en el partido. La serie *Tasa ISH* corresponde a los montos totales pagados en concepto de tasa por inspección de seguridad e higiene que recauda la MGP. Finalmente, la serie *Recursos* contiene los recursos tributarios percibidos por la MGP desde el gobierno de la provincia de Buenos Aires resultante del sistema de coparticipación federal de recursos fiscales.

Seleccionados los datos fuente, se deben efectuar análisis comparativos de los puntos de giro de dichas series con respecto a los indicadores de referencia. También se calculan los correspondientes coeficientes de correlación, entre cada serie y cada macromagnitud de referencia,

en niveles y en tasas de variación. Seguidamente, se efectúan dos ajustes estadísticos: las series nominales son deflactadas y todas las series son desestacionalizadas, a fin de extraer la componente que capta oscilaciones regulares intraanuales alrededor de la tendencia⁵. Para ello se emplea el procedimiento X13 ARIMA disponible en el módulo de ajuste estacional del paquete estadístico E-Views®.

Para realizar la agregación de las series y construir el indicador, resulta decisiva la elección de los criterios de selección de los ponderadores de dichas series. En la construcción de la primera versión del ISAE-GP, la estrategia aplicada equipara la contribución individual de cada serie al asignar ponderadores inversamente relacionados a su grado de volatilidad (TBC, 2001). En cambio, en este trabajo se aplica una variante metodológica de esa estrategia, propuesta por López García & Castro Núñez (2004) en ocasión de analizar la evolución trimestral de la economía española para el período 1996-2003. Más recientemente, Muñoz & Trombetta (2015) replican dicha metodología al estimar el Indicador Sintético de Actividad Provincial, un sistema que permite comparar homogéneamente el desempeño económico trimestral de las 24 provincias argentinas durante el período 1997-2013.

El procedimiento alternativo resulta equivalente a la estimación de los coeficientes de un modelo de regresión multivariada estimada por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) en el que se aplican restricciones de desigualdad. Los coeficientes estimados son los ponderadores de las series constitutivas del ISAE-GP, que maximizan la bondad del ajuste del indicador sintético a la macromagnitud de referencia escogida⁶.

Formalmente, el vector de ponderadores w a utilizar satisface el siguiente problema de optimización:

$$\min_{w_i} \sum_{t=1}^T (\Delta ISAE_GP_{0t} - \Delta MAC_t)^2 \quad (08)$$

Donde:

$$\Delta ISAE_GP_{0t} = \sum_{i=1}^k w_i \Delta x_{i0t} \quad (09)$$

representa la tasa de variación del ISAE-GP en el período t ; Δx_{i0t} es la tasa de variación de i -ésimo componente del ISAE-GP en el período t y ΔMAC_t es la tasa de variación de la macromagnitud de referencia desestacionalizada en el periodo t . En este caso y tal como se mencionó previamente, se consideraron dos posibilidades: el EMAE (INDEC) y el PBG del PGP (Lacaze *et al.*, 2014). Finalmente, T es la cantidad total de observaciones y k es la cantidad de series componentes incluidas en el ISAE-GP.

⁵ Otro ajuste estadístico habitual que no fue necesario aplicar en este trabajo es la desagregación temporal de las series de baja frecuencia.

⁶ Estrictamente hablando, mientras que las autoras españolas minimizan las diferencias cuadráticas entre el indicador y la macromagnitud de referencia en niveles, los autores argentinos minimizan las diferencias existentes entre sus respectivas tasas de variación. Esta alternativa es la aplicada en el trabajo.

Las restricciones identificadas son dos: 1) la suma de los coeficientes debe ser igual a la unidad, para que puedan ser interpretados como proporciones o ponderadores del indicador que componen, y 2) la definición de dos cotas, w y $-w$, que limitan los valores que puede adoptar cada coeficiente. Las cotas son impuestas con el fin de que el indicador no acabe dominado por una sola variable o un subconjunto reducido de las mismas. A modo de orientación, se toma en cuenta que Muñoz & Trombetta (2015) fijan esas cotas inferior y superior en 0,05 y 0,25, respectivamente, tras ensayar diversas pruebas de robustez y constatar alteraciones no significativas en los resultados finales obtenidos. De esta manera, se enuncian formalmente, a continuación, las restricciones consideradas:

$$\sum w = 1 \quad (10)$$

$$0,05 \leq w \leq 0,25 \quad (11)$$

Con la herramienta *Solver* disponible en el paquete Microsoft Excel® se ejecuta un proceso de iteración en el cual los ponderadores varían hasta que se minimiza el error medio cuadrático de las tasas de variación del ISAE-GP respecto de las de una macromagnitud de referencia. La herramienta emplea el algoritmo denominado Gradiente Reducido Generalizado 2 (GRG2). El mismo parte de una solución conocida como punto inicial para luego intentar moverse a través de una región factible, de forma tal que el valor de la función objetivo vaya acercándose a un mínimo, máximo o valor determinado. El proceso continúa hasta alcanzar un límite a partir del cual el algoritmo ya no tiene posibilidades de lograr que el valor de la función objetivo mejore (Sánchez Álvarez & López Ares, 1998).

Como el algoritmo GRG2 permite alcanzar un óptimo local, se debe continuar la ejecución desde distintos puntos iniciales a fin de asegurar la globalidad del óptimo. Asimismo, resta aclarar que cuando el mensaje de salida de resultados indica el hallazgo de una solución óptima, significa que las condiciones de Kuhn-Tucker se han cumplido.

Debido a que varias de las series seleccionadas no cuentan con cobertura temporal para la totalidad del período considerado (2004-2018) el procedimiento fue repetido cada vez que se incorpora una o más series. En consecuencia, se obtuvieron cuatro estructuras de ponderación, una para cada uno de los subperíodos que quedan definidos según la disponibilidad de datos.

Seguidamente, se realiza la detección y corrección por observaciones atípicas en las tasas de variación del ISAE-GP (Lacaze *et al.*, 2023). Para cada período se define un intervalo que permite detectar dichas observaciones y se analizan las variaciones del indicador y de cada componente, a los efectos de evaluar la incidencia individual de cada serie en la variación total. Al respecto, se siguen los criterios propuestos por Muñoz & Trombetta (2015), quienes establecen que una variación debe ser considerada atípica si se verifica, simultáneamente, que 1) su valor se ubica por fuera del intervalo definido con centro en la mediana⁷ y longitud igual a tres veces el valor del rango intercuartílico y 2) la variación ponderada en un solo componente supera la mitad de la variación total. Al cumplirse ambas condiciones los autores truncan el valor atípico con el valor

⁷ Los autores justifican este rango ya que el intervalo utilizado resulta mayor al que surge de sumar y restar a la media dos desvíos estándar, entendiendo que la regla aplicada es conservadora.

límite correspondiente. En el caso del ISAE-GP no se verifica el cumplimiento simultáneo de las condiciones mencionadas, por lo que no se llevó a cabo ninguna corrección.

Finalmente, se define un período base y se calculan los valores mensuales del indicador (denominado “ISAE-GP v2”) aplicando la variación porcentual simétrica en el período correspondiente respecto de la variación del período anterior.

$$I_t = I_{(t-1)} * \frac{(200 - \Delta IC_t)}{(200 + \Delta IC_t)} \quad (12)$$

Una vez obtenido el indicador se realizan los correspondientes contrastes con las macromagnitudes de referencia para evaluar su procedimiento de construcción.

3. RESULTADOS

La Tabla 2 presenta a continuación los sets de ponderadores obtenidos tras aplicar la variante metodológica descrita en la sección anterior.

Tabla 2. Ponderados de las series componentes del ISAE-GP v2

Series/Subperíodo	2004-2005	2004-2005	2004-2005	2004-2005
Agua	0,24	0,25	0,25	0,25
Electricidad	0,25	0,05	0,25	0,25
Transporte	0,25	0,24	0,14	0,06
Gas residencial	0,16	0,09	0,07	0,08
Arribos	0,05	0,07	0,09	0,11
Vehículos	0,05	0,25	0,05	0,05
Combustible		0,05	0,05	0,05
Tasa ISH			0,05	0,06
Recursos			0,05	0,05
Gas industrial				0,05

Fuente: Elaboración propia

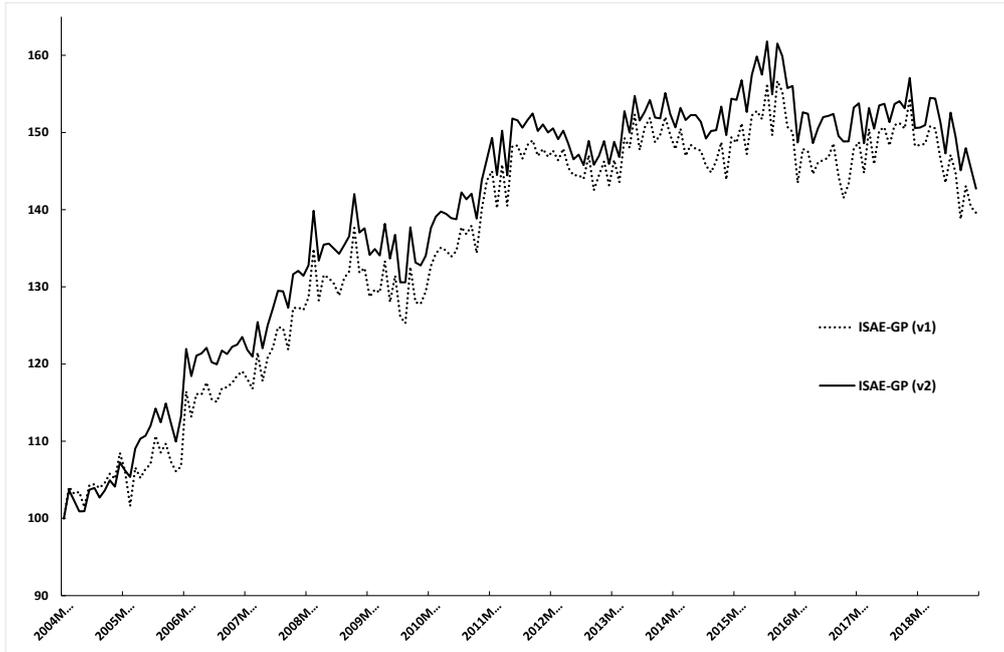
Tal como se observa en la Tabla 2, la serie *Agua* representa alrededor del 0,25 de la variación del ISAE-GP v2 para todo el período considerado, obteniendo un valor de ponderación cercano a la cota superior impuesta. Por su parte, *Electricidad* presenta un peso relativo del 25% a excepción de lo observado durante el segundo subperíodo, para el cual obtiene el ponderador mínimo (0,05). Los pesos relativos de la serie *Vehículos* muestran un comportamiento inverso al descrito para *Electricidad*. En efecto, la serie explica el 5% de la variación del ISAE-GP v2 en todos los subperíodos menos en el segundo de ellos, durante el cual su ponderador alcanza la cota superior, del 0,25.

También se puede observar en la Tabla 2 que la serie *Arribos*, por su parte, gana peso relativo a medida que se añaden nuevas variables, pasando de un ponderador del 0,05 al 0,11, entre el primero y el último subperíodo. Por otro lado, las series *Gas residencial* y *Transporte* van perdiendo peso relativo conforme se introducen nuevos datos fuente, pasando de una ponderación del 0,16 al 0,08 y del 0,25 al 0,06, respectivamente.

Comparando los resultados de la Tabla 2 con la estructura de ponderación de la versión inicial del ISAE-GP (Lacaze *et al.*, 2021), se advierte que para seis de las diez series componentes (cuatro de ellas con datos para todo el periodo analizado), los valores promedio de los ponderadores resultan levemente mayores en la primera versión del indicador. También se evidencia que, en ambas versiones del ISAE-GP, todas las series incorporadas en los tres últimos subperíodos lo hacen con ponderaciones bajas (cota inferior, en el caso del ISAE-GP v2. Finalmente, cabe señalar que en la versión inicial del ISAE-GP, dado que la metodología no define cotas que limitan los pesos relativos de las series componentes, algunas de ellas en ciertos subperíodos presentan ponderadores con valores mayores al 0,25 (es el caso de la serie *Agua*) o menores al 0,05 (los casos de *Recursos* o *Combustible*).

Obtenidos los ponderadores se realiza la agregación de las variaciones de las series para así obtener el ISAE-GP (v2), el cual se compara contra la versión inicial del mismo (ISAE-GP v1) en el Gráfico 1. Se advierte que ambas variantes exhiben volatilidades muy similares e idénticas tendencias y puntos de giro. Por otro lado, se advierte visualmente que el ISAE-GP (v2) tiende a sobreestimar el nivel del índice de la actividad económica en casi todo el período analizado (excepto durante el primer subperíodo) respecto del nivel de la versión inicial. Calculadas las correlaciones de ambas series, resultan elevadas tanto en niveles (0,995) como en variaciones (0,954).

Gráfico 1. Indicador Sintético de Actividad Económica de General Pueyrredon (2004-2018). Enero 2004 = 100



Fuente: Elaboración propia (ISAE-GP v2) y Lacaze *et al.* (2021).

El Gráfico 2 presenta la comparación entre el ISAE-GP v2 y el EMAE para el período 2004-2018 advirtiéndose que esta nueva versión del indicador local evoluciona en línea con el estimador mensual del PIB, al igual que sucede con la preliminar (Lacaze *et al.*, 2021).

Gráfico 2. Indicador Sintético de Actividad Económica de GP (ISAE-GP v2) y Estimador Mensual de Actividad Económica (EMAE) (2004-2018). Enero 2004 = 100

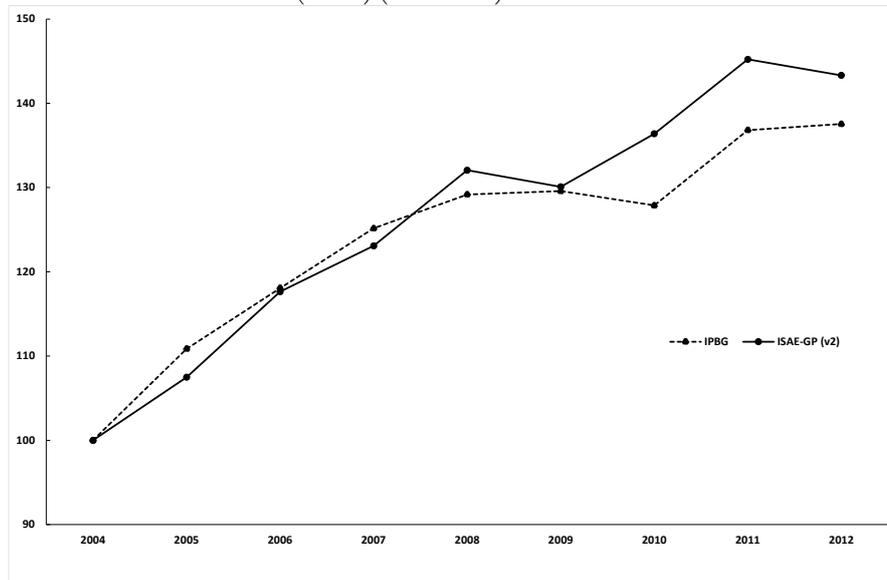


Fuente: Elaboración propia (ISAE-GP v2) e INDEC (EMAE).

En el Gráfico 3 se compara el desempeño del ISAE-GP v2 anualizado y el PBG expresado como número índice (IPBG), para el período 2004-2012, observándose una misma tendencia para ambas

magnitudes. Inclusive el ajuste de esta versión del indicador sintético local al PBG resulta mejor que el reportado al considerar la versión preliminar (Lacaze *et al.*, 2021).

Figura 1. Indicador Sintético de Actividad Económica de GP (ISAE-GP v2) y Producto Bruto Geográfico de GP (IPBG) (2004-2012). Año 2004 = 100



Fuente: Elaboración propia (ISAE-GP v2) y Lacaze *et al.* (2014)

Finalmente, la Tabla 3 presenta los coeficientes de correlación calculados entre cada versión del ISAE-GP y cada macromagnitud de referencia considerada. Se advierte que el ajuste resulta marginalmente superior para la versión del indicador sintético con la estructura de ponderación alternativa (ISAE-GP v2). En el caso de la correlación con el IPBG (valores anuales), resulta significativa la mayor correlación en variaciones con el ISAE-GP v2 (0,65 en lugar de 0,362 con la primera versión del indicador sintético).

Tabla 3. Coeficientes de correlación entre indicadores

Indicadores a correlacionar	Coef. de correlación (niveles)	Coef. de correlación (variaciones)
ISAE-GP v1 vs EMAE	0,973	0,120
ISAE-GP v2 vs EMAE	0,975	0,149
ISAE-GP v1 vs IPBG	0,956	0,362
ISAE-GP v2 vs IPBG	0,977	0,655

Fuente: Elaboración propia

CONCLUSIÓN

El ISAE-GP describe la evolución de la actividad económica de General Pueyrredon en forma coincidente, con frecuencia mensual y sobre la base de series heterogéneas que, en forma agregada, exhiben un comportamiento homogéneo con respecto al ciclo económico local.

Los resultados obtenidos en el ejercicio metodológico planteado, que modifica la estrategia de obtención de la estructura de ponderación de las series componentes del ISAE-GP respecto de la metodología aplicada en la versión preliminar del mismo, permiten afirmar que ambas versiones del ISAE-GP muestran una volatilidad muy similar e idénticas tendencias y puntos de giro. Sin embargo, el ajuste del ISAE-GP a las dos macromagnitudes de referencia, el EMAE del INDEC y el PBG de General Pueyrredon, en términos de correlación, resulta marginalmente mejor para la versión del indicador con la estructura de ponderación alternativa.

El objetivo propuesto en esta investigación permite abrir la discusión acerca de las variantes metodológicas existentes, dentro de la estrategia planteada por *The Conference Board*, para definir los ponderadores de las series económicas componentes de un indicador sintético, permitiendo contemplar la posibilidad de introducir herramientas computacionales para la resolución de los problemas matemáticos involucrados en la construcción de estos indicadores. Estos elementos se consideran insumos imprescindibles para avanzar en una futura etapa de calibración del ISAE-GP. A tal fin, próximos pasos del programa de investigación incluirán la realización de análisis de sensibilidad que permitan modificar las cotas impuestas a los pesos relativos otorgados a los datos fuente y la identificación de posibles causas metodológicas y/o de naturaleza económica que subyacen a las variaciones observadas en los valores de los ponderadores obtenidos en este trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Atucha, A. J.; Errazti, E.; Lacaze, M. V.; Labrunée, M. E.; López, M. T. & Volpato, G. (2012). [La estructura productiva del Partido de General Pueyrredon. *FACES*, 18\(38-39\), 57-81.](http://nulan.mdp.edu.ar/id/eprint/1862/1/FACES_n38-39_57-81.pdf)
- Atucha, A. J.; López, M.T. & Volpato, G. (1999). *Producto Bruto Geográfico del Partido de General Pueyrredon, 1993-1998* (Informe Técnico). Universidad Nacional de Mar del Plata. https://nulan.mdp.edu.ar/id/eprint/775/1/PBG_93-98.pdf
- Chiang, A. (1987). *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. Mc Graw Hill.
- D' Jorge, L.; Cohan, P.; Zanini, L.; Camusso, M.; Jorge, R.; Tonetti, C.; Rodríguez, A. & Más, M. (2007). *Proceso de construcción del Índice Compuesto Coincidente de Actividad Económica de la Provincia de Santa Fe (ICASF)* (Documento de Trabajo). Centro de Estudios y Servicios Bolsa de Comercio. https://www.bcsf.com.ar/ces/pdf/2007_Cohan-D%C2%B4Jorge-Henderson-Sagua.pdf
- Delbianco, F. (2017). *Indicador Sintético de Actividad de Bahía Blanca* (Informe Técnico). EcoData, Departamento de Economía, Universidad Nacional del Sur. <http://www.ecodata.uns.edu.ar/wp-content/uploads/2017/10/Indicador-Sint%C3%A9tico-de-Actividad-de-Bah%C3%ADa-Blanca.pdf>
- Gutiérrez Sánchez, P. (2022). *Programación no lineal* (Tesis de Grado). Universidad de Sevilla-España. <https://idus.us.es/bitstream/handle/11441/142585/GE%20GUTIERREZ%20SANCHEZ%2C%20PAULA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Jorrat, J. M. (noviembre 2003). *Indicador económico regional: el Índice Mensual de Actividad Económica de Tucumán (IMAT)*. XXXVIII Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política, Universidad Nacional de Cuyo. Mendoza.
- Lacaze, M. V.; Alegre, P.; Errea, D. & Fernandez, M. (2023). Avances metodológicos en la construcción del Indicador Sintético de Actividad Económica de General Pueyrredon, Buenos Aires, Argentina. *Estudios Económicos*, en evaluación.
- Lacaze, M. V.; Alegre, P.; Errea, D.; Atucha, A. J.; Volpato, G.; Blanco, G.; Fernandez, M. & Bianchetti, L. (2021). Indicador Sintético de Actividad Económica de General Pueyrredon: avances en su construcción. En: Menardi, E. (Comp.) *II Congreso Internacional de Desarrollo Territorial: Nuevos desafíos en la construcción de los territorios. Los desarrollos en América Latina* (pp. 844-852). edUTecNe.

- Lacaze, M. V.; Atucha, A. J.; Bertolotti, M. I.; Gualdoni, P.; Labrunée, M. E.; López, M. T.; Pagani, A. & Volpato, G. (2014). *Producto Bruto Geográfico del Partido de General Pueyrredon, 2004-2012* (Informe Técnico). Universidad Nacional de Mar del Plata. https://nulan.mdp.edu.ar/id/eprint/2135/1/PBG_2004-12.pdf
- López García, A. & Castro Núñez, R. (2004). Valoración de la actividad económica de España a través de indicadores sintéticos. *Estudios de Economía Aplicada*, 22(3), 1-21. <https://www.redalyc.org/pdf/301/30122311.pdf>
- Malvicino, F.; Attaguile, M. & Ruiz, S. (2021). Impacto del COVID-19 sobre la actividad económica de San Carlos de Bariloche. Una aproximación a partir de indicadores sintéticos. *Cuyonomics*, 5(8), 40-62. <https://revistas.uncu.edu.ar/ojs3/index.php/cuyonomics/article/view/5439/4132>
- Martínez, H.; Mauri, L.; Roy, A. & Farfán, A. (2017). *Índice Compuesto de Actividad Económica para la Provincia de Salta (ICCASal)*. LII Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política, Universidad Nacional de Río Negro. Río Negro.
- Martínez Sánchez, J. (2018). *Una generalización del Teorema de los Multiplicadores de Lagrange: condiciones de Karush-Kuhn-Tucker en programación no lineal* (Tesis de Grado). Universidad de Granada-España. <https://www.ugr.es/~acanada/docencia/matematicas/TFG-definitivo-2julio2018.pdf>
- Mattig, F. (2015). Programación no lineal aplicada a problemas de decisión bajo incertidumbre. *Revista de Investigación en Modelos Matemáticos Aplicados a la Gestión y a la Economía*, 2, 163-184. <https://www.economicas.uba.ar/wp-content/uploads/2016/04/8-Programaci%C3%B3n-no-lineal-aplicada-a-problemas-de-decisi%C3%B3n-bajo-incertidumbre.-Francisco-Mattig.pdf>
- Muñoz, F.; Ortner, J. & Pereira, M. (2008). *Indicador Sintético de Actividad de las Provincias (ISAP): un aporte al análisis de las economías regionales*. XLII Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política, Universidad Nacional de Córdoba. Córdoba.
- Muñoz, F. & Trombetta, M. (2015). Indicador Sintético de Actividad Provincial (ISAP): un aporte al análisis de las economías regionales argentinas. *Journal of Regional Research*, 33, 71-96. https://old.aecr.org/images/ImatgesArticles/2016/1/4_munoz_trombetta.pdf?_ga=2.55704875.1659146910.1700867475-409807057.1700867475
- Pizzi, D.; Maradona, G.; Maradona, M.; Perlbach, L.; Mattan, M. & Piran, G. (mayo 2019). *Indicador compuesto de actividad económica para la Provincia de Mendoza*. Pre Congreso Regional de Especialistas en Estudios del Trabajo, Universidad Nacional de Cuyo. Mendoza. https://bdigital.uncu.edu.ar/objetos_digitales/12325/pizzi-indicadorcompuestoactividadeconomicamendoza.pdf
- Rivero, A. (2007). Índice compuesto coincidente mensual de la actividad económica de Córdoba (ICA-ICOR) 1994- 2006. *Revista de Economía y Estadística*, 45(1), 31-73. <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REyE/article/view/3835/6785>

- Sánchez Álvarez, I. & López Ares, S. (1998). *Optimización con Solver*. Universidad de Oviedo-España. file:///C:/Users/elsa/Downloads/Optimizacion_con_Solver%20(1).pdf
- Sydsaeter, K. & Hammond, P. (1996). *Matemáticas para el Análisis Económico*. Prentice Hall.
- The Conference Board. (2001). *Business Cycle Indicators Handbook*. https://www.conference-board.org/pdf_free/economics/bci/BCI-Handbook.pdf
- Trujillo Aranda, F.; Benítez Márquez, D. & López Delgado, P. (2000). Trimestralización de los valores añadidos sectoriales mediante indicadores. Aplicación al caso de Andalucía. *Revista de Estudios Regionales*, 57, 59-100. <http://www.revistaestudiosregionales.com/documentos/articulos/pdf658.pdf>
- Wierny, M.; Atucha, A. J.; Errazti, E.; López, M. T.; Volpato, G.; Governatori, V.; Labrunée, M. E. & Lacaze, M. V. (2012). *Producto Bruto Geográfico del Partido de General Pueyrredon. Año base 2004. Estimaciones y metodología* (Informe Técnico). Universidad Nacional de Mar del Plata. https://nulan.mdp.edu.ar/id/eprint/1637/1/PBG_estimaciones_2004.pdf
- Woelflin, M.; Ghilardi, M.; Lapelle, H.; López Asensio, G.; Yoya, A.; Geli, M. & Zabala, P. (noviembre 2012). *¿Regiones exitosas en la postdevaluación? El Gran Rosario y su comparación con el Gran Córdoba*. Decimoséptimas Jornadas Investigaciones en la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística, Universidad Nacional de Rosario. Rosario, Argentina. <https://rephip.unr.edu.ar/server/api/core/bitstreams/ecd8a21a-d33e-48d5-a45f-066e3b5b578f/content>