

Este documento ha sido descargado de:
This document was downloaded from:



**Portal *de* Promoción y Difusión
Pública *del* Conocimiento
Académico y Científico**

<http://nulan.mdp.edu.ar> :: @NulanFCEyS

APLICACIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES EN LA VERSIÓN SAMUELSON-SOLOW DE LA CURVA DE PHILLIPS

Juan Ignacio Fulponi¹ & Beatriz Lupín²

FCEyS-UNMdP

juanifulponi@gmail.com

Resumen

La Curva de Phillips es uno de los temas centrales de la Macroeconomía. Desde que Phillips diseñó este Modelo, en el año 1958, el mismo ha sido objeto de diversas interpretaciones y actualizaciones teóricas.

Por medio de esta Curva, de pendiente negativa, es posible estudiar la relación entre desempleo y salarios nominales generales de la economía. De ella, se desprende que si se desea mantener un nivel bajo de desempleo, habrá inflación -como variación de salarios- alta. Asimismo, si el objetivo es mantener los precios a un nivel estable -inflación baja-, deberá ser a costa de un desempleo alto. Éstas son dos cuestiones básicas de política económica, que los gobiernos pueden controlar a través de medidas de corte keynesiana.

Si bien el estudio original se refirió a un período y a una economía en particular, el Modelo acertó en muchas ocasiones posteriores, como la situación de los Estados Unidos en los años '70, aun cuando se supone que la inflación es multicausal -como por ejemplo, por "tirón de la demanda", por exceso de dinero circulante, por costos o inflación estructural-.

¹Estudiante de la Carrera Licenciatura en Economía. Ayudante Estudiante Adscripto de la Asignatura "Introducción a la Economía". Ayudante Estudiante Adscripto a la Investigación del Grupo "Indicadores Socioeconómicos". Actualmente, se encuentra cursando la Asignatura "Matemática para Economistas II".

²Docente de la Asignatura "Matemática para Economistas II". Investigadora del Grupo "Economía Agraria".

XV Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática
Universitaria

En el presente Trabajo, se analiza el aporte realizado por Samuelson y Solow (1960), el que adiciona el concepto de *markup* como relación entre los niveles de precios y de salarios. Mediante la aplicación de ecuaciones diferenciales, deduce las tasas de inflación, de aumento en salarios nominales y de cambio en la productividad del trabajo.

Palabras clave: Ecuaciones Diferenciales - Curva de Phillips - Inflación -
- Desempleo - Política Económica

Área temática: Aportes y propuestas interdisciplinarios

I) Introducción

Las corrientes económicas han tenido una evolución exponencial en el siglo XX. Se han modernizado, complementado, complejizado y generalizado, existiendo distintas visiones sobre un mismo tema. En este sentido, la inflación no es una excepción.

La Curva de Phillips (CdP) es una construcción clave para comprender diversos fenómenos macroeconómicos. Desde su presentación, en el año 1958, ha sido revisada y reformulada en más de una ocasión. Y, aún, sigue estando vigente y empleada como medio de análisis en estudios teóricos y en aplicaciones empíricas.

Este trabajo se centra en la versión de Samuelson y Solow (1960), quienes partieron de la base de las expectativas racionales y añadieron el concepto de *markup*³ como componente del nivel general de precios en una economía.

Adicionalmente, se presenta un repaso de los distintos enfoques que explican el origen de la inflación a fin de entender mejor cómo se la ha tratado a lo largo del tiempo y se desarrollan otros conceptos, como el de desempleo, que llevaron a Phillips a realizar su síntesis teórica. Mediante el empleo de ecuaciones diferenciales (ED), se deducen las tasas de inflación, de aumento en salarios nominales y de cambio en la productividad del trabajo.

II) Marco conceptual

El inicio de un nuevo debate con respecto a las teorías sobre inflación puede ser caracterizado por los intentos de explicar el proceso inflacionario como “causal”: la inflación ¿es generada en el mercado de trabajo? o ¿puede ser explicada por la proporción de crecimiento de la oferta monetaria?. Luego, con la aceleración de la inflación, las

³Las empresas determinan los precios de sus productos en base a un margen de ganancia o *markup*. Este concepto incluye tanto los márgenes de ganancia propiamente dichos como la previsión de la depreciación del capital.

discusiones giraron en torno a las expectativas inflacionarias. La inclusión de éstas distinguen los nuevos modelos de inflación de las teorías clásicas.

Desde fines de los años '60, la generalmente aceptada visión basada en la "síntesis neoclásica" (aportada por Samuelson) ha sido cada vez más cuestionada. Dos escuelas económicas nacieron forjadas por fuertes diferencias en sus enfoques: los neokeynesianos y los monetaristas.

Los primeros aceptan los siguientes supuestos: inestabilidad del sector privado o muy lento proceso de ajuste para el retorno de la economía al equilibrio, neutralidad del dinero a largo plazo -aunque ciertas vertientes de esta corriente afirman lo contrario-, existencia de un *trade-off* entre inflación y desempleo y preferencia por la intervención contracíclica del Estado en la economía. Por su parte, los monetaristas formulan cuatro proposiciones básicas: estabilidad del sector privado, neutralidad del dinero a largo plazo, aceptación de la CdP en el corto plazo y rechazo de la intervención del Estado en la política económica.

Previo al análisis económico de dicha Curva y sus implicancias, es necesario desarrollar los conceptos fundamentales en que se basa: inflación y desempleo, como así también el significado de política económica.

II.1) Política económica

Una política económica es una intervención deliberada del Estado en el proceso económico a fin de lograr ciertos objetivos, utilizando determinados medios.

Los objetivos tradicionales de la política macroeconómica son:

⇒ Lograr un **crecimiento económico** sostenible en el tiempo. El propósito es que el incremento de la producción de bienes y servicios perdure, mejorando el bienestar de los ciudadanos y el progreso social.

⇒ Mantener la **estabilidad de precios**. Se trata de controlar la inflación a fin de que los precios de los bienes y servicios no se eleven

desproporcionadamente, mermando el poder adquisitivo de los consumidores.

⇒ Favorecer el **empleo**. El fin último es conseguir pleno empleo. Sin embargo, dada la dificultad de dar trabajo a toda la población activa de un país, se considera que hay pleno empleo aún existiendo cierta tasa baja de desempleo.

Además, se suele prestar atención a la evolución del déficit público, del déficit exterior y del tipo de cambio.

Las políticas económicas se clasifican en:

⇒ Instrumentales:

Política Monetaria. Se refiere al control que ejerce la Autoridad Monetaria de un país -en nuestro caso, el Banco Central de la República Argentina (BCRA)- sobre la evolución y la cantidad de dinero y crédito del Sistema Financiero. Los instrumentos que emplean son: encaje bancario, tasa de redescuento y operaciones de mercado abierto. Puede ser expansiva -se logra el crecimiento de la oferta monetaria mediante la disminución del encaje bancario o de la tasa de redescuento o rescatando títulos públicos- o contractiva -con movimientos opuestos a los señalados-.

Política Fiscal. Es el conjunto de medidas que utiliza el Estado para recaudar los ingresos necesarios para la realización de las funciones del Sector Público. Las dos variables clave son los ingresos públicos y los gastos públicos. Esta política puede ser expansiva -trata de aumentar la demanda global o agregada, incrementando el gasto público y/o disminuyendo la tasa impositiva- o contractiva -con movimientos opuestos a los señalados-.

Política Exterior. Opera para regular las transacciones con otros países. Los instrumentos son el tipo de cambio, las cuotas y los aranceles. Básicamente, trata de estimular las exportaciones netas.

⇒ Sectoriales: en clara alusión a los distintos sectores que integran el flujo circular de ingresos y de gastos de una economía. En este caso, se distinguen la política agraria, la industrial, la energética, la de transportes, la de viviendas, la comercial, la turística; etc.

⇒ Las que intentan corregir fallas de mercado⁴: tales como las de eficiencia y de distribución, aplicadas para lograr la asignación socialmente deseable de los recursos productivos y de evitar severas desigualdades entre la población.

II.2) Inflación

Es uno de los conceptos fundamentales que involucra la CdP. El problema de la misma comienza desde el momento en que se intenta definirla, dada la diversidad de enfoques teóricos.

Sin embargo, hay varios puntos en los que todas las corrientes están de acuerdo. La inflación no tiene que ver con incrementos de precios de algunos bienes aislados sino que se refiere a aumentos en el nivel general de precios y tiene efectos adversos. Entre estos últimos, es posible mencionar: el empeoramiento de la distribución del ingreso ya que, en primer lugar, la inflación afecta a los sectores de clase baja al tener menos poder de negociación sobre los ingresos; el desaliento de ciertas actividades productivas, y por ende, un efecto negativo sobre el crecimiento económico y el perjuicio a la balanza comercial ya que el tipo de cambio real⁵ disminuye haciendo los productos nacionales menos competitivos, lo que produce una merma de las exportaciones.

⁴Surgen cuando los mercados no emiten señales claras y precisas a los agentes económicos respecto a la cantidad y/o a los precios de los bienes y servicios, no reflejando adecuadamente la valoración que la sociedad hace de ellos.

⁵Expresa el precio de los bienes y servicios extranjeros en términos de los bienes y servicios interiores.

XV Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática Universitaria

Existe un criterio subjetivo al afirmar que la tasa de inflación depende de la elasticidad de los distintos agentes económicos a la inflación (Frisch, 1983).

Por otra parte, Bronfendrenner & Holzman (1963) sostienen que la inflación es una condición de un exceso general de demanda en la economía, en la que existe *“demasiado dinero para muy pocos bienes”*. En este sentido, Hansen (1951) indica que el Estado debería crear lo que denominó *“inflación suprimida”*, que involucra controles gubernamentales que impiden que los precios de los bienes y los salarios crezcan, entonces ese exceso de demanda es suprimido.

En tanto, la visión monetarista afirma que la inflación sólo puede ser generada por un incremento en la cantidad de dinero más rápido que el crecimiento de la producción. (Friedman, 1970)

Asimismo, es posible distinguir entre inflación *“esperada”* -no produce efectos reales en la economía- y *“no esperada”* -influye sobre la producción y el empleo- y entre inflación por *“tirón de demanda”* -el exceso de demanda genera un incremento en el nivel general de precios- e inflación *“de costos”* -se explica por cambios en la función de oferta global o agregada-.

De todos modos, la definición de inflación más aceptada es la que establece que se trata de un aumento sostenido del nivel general de precios de los bienes y servicios de una economía, en un período determinado de tiempo.

Para la medición de la inflación, se utilizan índices de precios, como el desarrollado por Laspeyres (L_p), en el cual se ponderan precios (P) en el momento *“t”* con precios en el momento *“0”* en base a las cantidades (q) del momento *“0”*. Posee la siguiente forma:

$$L_P = \frac{\sum_{i=1}^n P_i^t q_i^0}{\sum_{i=1}^n P_i^0 q_i^0}$$

[01]

Un índice alternativo es el de Paasche (P_P), que pondera los precios del período “t” con los precios en el momento “0” en base a las cantidades del momento “t”, lo que hace que sea más complejo de llevarlo a la práctica debido a que se deben registrar tanto los nuevos precios como las nuevas cantidades:

$$P_P = \frac{\sum_{i=1}^n P_i^t q_i^t}{\sum_{i=1}^n P_i^0 q_i^t}$$

[02]

Asimismo, se puede citar el Índice de Precios de Fischer (F_P). Es conocido como el “índice ideal” debido a que existen convenciones que lo posicionan como el más certero. Sin embargo, paradójicamente, es el menos utilizado ya que no tiene una interpretación económica directa. Está compuesto por el promedio geométrico entre el de Laspeyres y el de Paasche, lo que permite inferir que el índice de precios “ideal” se encuentra entre ambos -el de Laspeyres suele sobreestimar la evolución de los precios y el de Paasche puede concurrir en una subestimación-:

$$F_P = \sqrt{L_P P_P}$$

[03]

Pero, tal vez, el índice más popular es el Índice de Precios al Consumidor (**IPC**). El mismo mide la variación de precios de los bienes y

XV Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática Universitaria

servicios representativos del gasto de consumo de los hogares residentes en una zona seleccionada en comparación con los precios vigentes en un año tomado como referencia.

A nivel nacional, a partir del mes de octubre del año pasado, el Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC) publica el IPC Nacional Urbano (IPCNU), base: octubre 2013-septiembre 2014 = 100. Este indicador es continuación del IPCNU publicado a partir del mes de febrero del año 2014 con base IV trimestre 2013=100, cambiando de una base trimestral a una base anual. Por primera vez en la historia de la estadística nacional, existe un índice representativo de las canastas de todo el país.

Quizás la mayor diferencia entre las teorías sobre inflación, desarrolladas en las últimas décadas, es el rol de las expectativas. Keynes, Hicks, Lange y otros autores han discutido al respecto pero, en los últimos tiempos, se ha profundizado el proceso de investigación sobre la formación de expectativas en los actuales modelos de inflación.

La expectativa es un estado desconocido de un evento futuro. Una predicción es una expectativa en forma explícita y formal -generalmente, cuantitativa-.

Hicks desarrolló el concepto de expectativas en conexión con su análisis de la estabilidad del equilibrio económico general. Para esto, aplicó el concepto de “elasticidad de expectativas”, es decir, la relación entre el porcentaje de cambio en el valor esperado de la variable y el porcentaje de cambio en el valor actual de la misma variable.

$$\zeta_P = \frac{\frac{dP^*}{P^*}}{\frac{dP}{P}}$$

[04]

Donde: P^* = precio esperado, P = precio actual de un cierto bien y ζ_P^* = elasticidad de las expectativas.

Si dicho coeficiente es unitario, un 10% de incremento de los precios actuales conduce a un 10% de incremento en el precio futuro esperado. En cambio, si es nulo significa que una modificación en el precio actual no provocará ningún ajuste en las expectativas; es de preveer que el precio retorne al nivel anterior. Finalmente, si es mayor a 1, un crecimiento en el precio actual conduce a una expectativa hacia el alza de los precios aún más.

El concepto de Hicks sobre la elasticidad de las expectativas sólo es un instrumento de análisis de estabilidad, no explica cómo se forman ni cómo cambian. Las expectativas son un fenómeno psicológico que no puede ser observado a través del camino de precios o de cantidades (Frisch, *op. cit.*).

Entrando a la discusión de la CdP y la Teoría Monetarista, la idea de “expectativas adaptativas” parte de dos preguntas: ¿de qué forma los agentes privados corrigen sus pronósticos cuando el nivel esperado de la variable difiere del nivel actual? y ¿de qué forma pueden relacionarse las expectativas de inflación futura con las observaciones del pasado?. Siguiendo esta línea, se afirma que las expectativas en sí mismas no son directamente observables por lo que están relacionadas con las observaciones pasadas. El Modelo de Expectativas Adaptativas tiene la siguiente forma:

$$\pi_t^* - \pi_{t-1}^* = \theta(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*)$$

$$0 < \theta < 1$$

[05]

Esta ecuación refleja que un cambio en la tasa esperada de inflación -la diferencia planteada en el miembro izquierdo- es proporcional al error del pronóstico, que se define como la discrepancia entre el valor actual y las tasas esperadas de inflación en el período anterior. Si la presente tasa de inflación fue exactamente anticipada, la inflación esperada para el siguiente período no cambiará. Pero si mayor o menor que la esperada, entonces la inflación esperada en el período siguiente será revisada en un

valor igual al porcentaje θ del error del pronóstico ($\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*$). Esta formulación expresa la habilidad de los agentes económicos de “aprender” de sus errores y se corresponde con lineamientos psicológicos de los modelos de aprendizaje.

Reexpresando la ecuación original:

$$\pi_t^* = \theta \pi_{t-1} + (1 - \theta) \pi_{t-1}^* = \theta \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \theta)^{i-1} \pi_{t-1}$$

$$0 < \theta < 1$$

[06]

El esquema de ponderación con el término $(1 - \theta)$ puede ser considerado como una “memoria”. Si θ tiende a 0, la ponderación disminuye lentamente y el agente económico tiene memoria “larga” pero si tiende a 1, las ponderaciones disminuyen rápidamente y el agente económico tiene memoria “corta” (Solow, 1969).

Por su parte, la hipótesis de “expectativas racionales”, asumiendo un comportamiento racional por parte de los agentes económicos, afirma que los mismos forman sus expectativas sobre el futuro, utilizando de forma eficiente toda la información relevante, tanto teórica como empírica, sobre el estado pasado y presente de la economía, lo que supone, incluso, anticipar correctamente cuáles serán las medidas que aplicará el Gobierno ante la aparición de una perturbación económica. Se formulan por primera vez en el trabajo de Muth en el año 1961 pero recién al inicio de la década del '70 fueron desarrolladas por un conjunto de autores entre los que destacan Lucas, Sargent, Wallace y Barro.

No se producirán desviaciones sistemáticas entre la tasa de inflación efectiva y la esperada dado que las expectativas sobre los precios son correctas, por lo que la tasa de desempleo no puede ser reducida, ni siquiera a corto plazo, por debajo de su nivel natural.

La información requerida abarca la vinculada a: la variable a la que las expectativas se refieren y, por tanto, a sus valores actuales y su

evolución histórica reciente; cualquier otra variable que los agentes económicos supongan que puede influir sobre la anterior y la política económica pasada, actual y futura del Gobierno.

En este ámbito informativo, se realizan dos supuestos sobre los agentes económicos, que la alejan de la realidad: éstos tienen el mismo nivel informativo que las autoridades respecto a modelos macroeconómicos y pueden anticipar la estrategia futura del Gobierno.

II.3) Desempleo

Según el INDEC, la Población Económicamente Activa (PEA) es la integrada por aquellas personas que tienen una ocupación o que sin tenerla la están buscando activamente. Está compuesta por la población ocupada más la población desocupada.

Por su parte, la población ocupada es el conjunto de personas que tiene por lo menos una ocupación; es decir, en la semana de referencia, han trabajado como mínimo una hora -en una actividad económica-. En contraposición, el concepto de población desocupada -o desempleada- se refiere a personas que, no teniendo ocupación, están buscando activamente trabajo. Corresponde a desocupación abierta. Dicho concepto, no incluye otras formas de precariedad laboral tales como personas que realizan trabajos transitorios mientras buscan activamente una ocupación, aquellas que trabajan jornadas involuntariamente por debajo de lo normal, los desocupados que han suspendido la búsqueda por falta de oportunidades visibles de empleo, los ocupados en puestos por debajo de la remuneración mínima o en puestos por debajo de su calificación; etc.

También existe la población subocupada horaria, que se refiere a los ocupados que trabajan menos de 35 horas semanales por causas involuntarias y están dispuestos a trabajar más. Comprende a todos los ocupados en empleos de tiempo reducido -incluye, entre otros, a agentes de la Administración Pública Provincial o Municipal cuyo horario de trabajo ha sido disminuido- y están dispuestos a trabajar más horas.

XV Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática Universitaria

La población ocupada que busca activamente otra ocupación más la población desocupada es la población demandante de empleo. La población inactiva es el conjunto de personas que no tienen trabajo ni lo buscan activamente. Puede subdividirse en inactivos marginales e inactivos típicos según estén dispuestos o no a trabajar.

En base a lo expuesto anteriormente, la tasa de desocupación en la Argentina se calcula como el porcentaje entre la población desocupada y la PEA -de 14 años y más-.

La tasa de desempleo puede variar por dos razones: porque se altera la PEA y porque las personas que entran y salen del fondo de desempleados lo hacen a un ritmo diferente.

El desempleo tiene un fuerte componente cíclico. Durante las recesiones, la tasa de desempleo aumenta, y en las fases de recuperación y expansión, disminuye. Cuanto mayor es la expansión y más elevada es la tasa de crecimiento de la población, mayor es la reducción del desempleo.

Las teorías tradicionales sobre desempleo diferencian entre dos tipos de desempleo:

⇒ **Desempleo friccional:** una situación de pleno empleo no significa ausencia de desempleo. Incluso en el pleno empleo habrá un cierto número de trabajadores que no estén ocupados, debido a aspectos inevitables del funcionamiento de una economía de mercado. A este tipo de desempleo, se le denomina friccional y refleja un proceso normal de búsqueda de trabajo.

⇒ **Desempleo estructural:** los desempleados estructurales son aquellos trabajadores que, por razones de calificación, no se corresponden con las necesidades reveladas por la demanda. La renovación tecnológica y la automatización hacen que, dadas las nuevas condiciones de la producción, la capacitación y experiencia de ciertos trabajadores no sean ya las deseadas. Se debe a desajustes entre la calificación o la localización

de la fuerza de trabajo y la calificación o localización requerida por el empleador.

El desempleo friccional y el desempleo estructural forman, genéricamente, el llamado “desempleo involuntario”, en cuanto representan una cantidad de trabajadores que desean emplearse al salario real y que, sin embargo, no encuentran empleo.

Asimismo, es posible distinguir dos modelos:

⇒ **Modelo Clásico.** De acuerdo con los postulados de la economía clásica, es probable que exista cierto volumen de desocupación voluntaria. La explicación de este tipo de desocupación hay que buscarla en el funcionamiento del mercado laboral y, en particular, en el deseo de los trabajadores de recibir una remuneración superior.

La Teoría Clásica basaba el carácter automático del ajuste del sistema económico en la hipotética flexibilidad de los salarios nominales, de forma que, cuando tal flexibilidad no se producía, surgía el desempleo. En este sentido, el desempleo se debe, en última instancia, a una inadecuada política de salarios ya que éstos no se ajustan a los cambios en la función de demanda real de mano de obra.

Desde esta perspectiva, el desempleo por encima del desempleo friccional se debe a una política de salarios inadecuada. A este empleo, se lo califica como “voluntario”.

⇒ **Modelo Keynesiano.** Keynes se centró en la problemática del denominado “desempleo cíclico”, que refleja la situación resultante de desajustes en el mercado laboral, derivados de alteraciones temporales en el nivel de la demanda agregada.

El argumento keynesiano se puede concretar en tres puntos específicos:

1. Los salarios reales no se determinan en los convenios entre los trabajadores y los empresarios. Los contratos laborales estipulan los

salarios monetarios y los salarios relativos entre los distintos sectores productivos u ocupacionales pero los salarios reales se determinan por otros factores -en particular, por la demanda agregada y la oferta agregada-.

Si los trabajadores reaccionan con un cierto retraso a los cambios en los precios, las alteraciones en la demanda agregada originarán cambios no sólo en los precios sino, también, en el nivel de empleo y de producción ya que los salarios reales se ven, al menos temporalmente, reducidos (Blanchard, 1992).

2. Los salarios nominales no disminuirán ante un exceso de la oferta de mano de obra. Keynes argumentó que el salario monetario disminuiría ante un exceso de oferta de mano de obra pues los trabajadores desocupados no tienen una forma efectiva de mostrar a los empresarios su disposición a reducir los salarios monetarios.

3. Aunque los salarios se reduzcan, puede que no aumente el nivel de empleo. Keynes señaló que, aún si los salarios nominales bajaran, el resultado no sería necesariamente un aumento del nivel de empleo. Si los precios se reducen en la misma proporción que los salarios nominales, el salario real permanecerá inalterado y con él el nivel de empleo. Por otro lado, puede que los empresarios estén dispuestos a ofrecer más empleo a un salario real menor y los trabajadores estén dispuestos a aceptarlo.

Según Keynes, el problema no radica en que, al salario real existente, los trabajadores no estén dispuestos a trabajar sino que, en ocasiones, las empresas necesitan que aumente la demanda de bienes y servicios para ofrecer más empleo.

Este Modelo postula que el desempleo por encima del friccional es involuntario y se debe a que el nivel de la demanda agregada es insuficiente.

III) Metodología matemática

El análisis dinámico, tal como se aplica en el campo económico, ha tenido diferentes significados a lo largo del tiempo y para diferentes economistas (Machlup, 1959). Hoy, sin embargo, como uso corriente, este término hace referencia a un tipo de análisis cuyo objeto es, o bien puede ser, trazar y estudiar las trayectorias temporales específicas de las variables o bien determinar, para un tiempo dado, si esas variables tenderán a converger hacia ciertos valores de equilibrio. Dicho tipo de información, es importante porque cubre una laguna significativa no abordada en el estudio de la estática y de la estática comparativa. En esta última, se adopta el supuesto arbitrario de que el proceso de ajuste económico llevará, ineludiblemente, al equilibrio. En el análisis dinámico existe un enfrentamiento con la cuestión de la “accesibilidad” en lugar de darla por asumida.

Un rasgo sobresaliente del análisis dinámico es la afectación temporal de las variables, lo cual introduce la consideración explícita del tiempo. Esto puede hacerse por dos caminos: considerar al mismo como una variable continua o como una variable discreta. En el primer caso, en cada punto del tiempo le ocurre algo a la variable mientras que, en el segundo, la variable experimenta un cambio sólo una vez en cada período de tiempo. Uno de estos conceptos de tiempo puede ser más apropiado que el otro, según el contexto. (Chiang, 1983)

El presente trabajo estudia el caso del tiempo continuo, al que pertenecen las técnicas matemáticas de cálculo diferencial. Más precisamente, se analiza una aplicación de ED.

Éstas son expresiones matemáticas que establecen relaciones entre variables, derivadas y diferenciales. Tienen diversas clasificaciones, una de ellas indica que pueden ser: ordinarias -contienen derivadas respecto a una sola variable independiente- y parciales -involucran derivadas respecto a dos o más variables independientes-.

Resolver una ED ordinaria consiste en aplicar un conjunto de técnicas que permitan obtener una expresión matemática que no contenga derivadas ni diferenciales y que satisfaga al ED original.

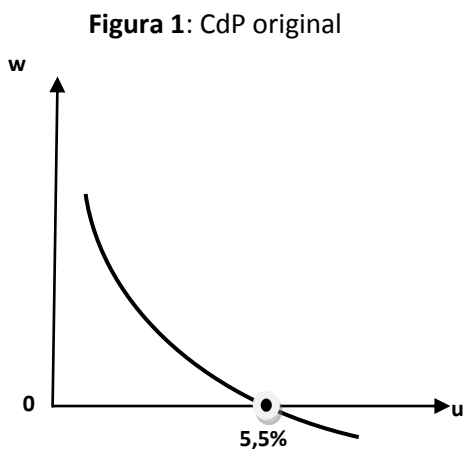
IV) Desarrollo de la propuesta

En esa sección, se sigue a Frisch (*op. cit.*).

IV.1) La Curva de Phillips original

En su estudio "La relación entre el desempleo y la tasa de variación de los salarios monetarios en el Reino Unido, 1861-1957", publicado en la Revista "Económica" en el año 1958, Alban William Housego Phillips (economista neozelandés, 1914-1975), encontró una correlación no lineal negativa entre los cambios en los salarios nominales y la tasa de desempleo. Se produjo, así, una renovación en la teoría moderna de la inflación.

Conforme a esta función, la tasa de crecimiento de los salarios nominales disminuye cuando el desempleo aumenta:



Fuente: Frisch (*op. cit.*)

XV Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática Universitaria

Siendo w la tasa de cambio de los salarios nominales y u la tasa de desempleo, ambas en %.

Esta primera CdP posee dos características: los salarios se mantienen estables cuando el desempleo es del 5,5%; crecen más rápido cuando el desempleo disminuye y caen más lentamente cuando el desempleo aumenta. Phillips sostuvo que esta relación era estable.

IV.2) El aporte de Lipsey

Por su parte, Richard Lipsey (economista canadiense, nacido en el año 1928) derivó la CdP desde el modelo sencillo de oferta y demanda del mercado de trabajo. En contraste con la teoría neoclásica de este mercado, en el cual la demanda y la oferta están presentadas en función del salario real, Lipsey utilizó los salarios nominales o monetarios. La demanda y la oferta de trabajo (N_D y N_S , respectivamente) están representadas como funciones lineales de los salarios nominales. El equilibrio en el mercado laboral corresponde a la igualdad entre N_D y N_S . En el punto donde $N_D - N_S = 0$, la tasa de cambio en los salarios nominales se supone nula.

Vale aclarar que las funciones mencionadas representan la demanda y la oferta “planeadas” de trabajo. Por esa razón, no es posible concluir para todos los casos que la falta de exceso de demanda en el trabajo implica una situación en la que nadie está desempleado:

$$N_D = N + V$$

[07]

$$N_S = N + U$$

[08]

Donde: N = número de personas con trabajo, V = número de vacantes y U = número de personas desempleadas.

El exceso de demanda (X) es igual a la diferencia entre el número de vacantes y el número de desempleados. Con respecto a la oferta, el

exceso de demanda ($X/N_s = x$) es la diferencia entre la tasa de vacantes (v) y la tasa de desempleo (u):

$$X = N_D - N_S = V - U$$

[09]

$$x = \frac{V}{N_s} - \frac{U}{N_s} = v - u$$

[10]

Lipsey (1960) conectó su teoría del mercado de trabajo a la CdP con dos funciones de ajuste:

⇒ De salarios neoclásica: existe una relación directa entre el exceso de demanda de trabajo y el cambio en los salarios nominales.

⇒ X-U: que vincula inversamente el exceso de demanda y la tasa de desempleo.

La función de ajuste de salarios determina que la tasa de variación de los salarios depende de la diferencia entre demanda y oferta, es decir, del exceso de demanda del trabajo. Dicho exceso (x) está definido por la siguiente función:

$$x = \frac{N_D - N_S}{N_S}$$

[11]

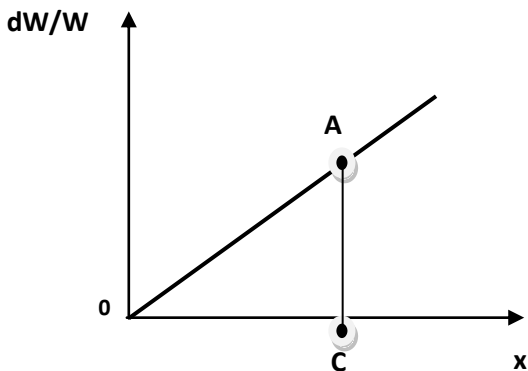
Mientras más exceda la demanda a la oferta, más rápido crecerán los salarios. Si la demanda y la oferta son iguales, los salarios se mantendrán constantes. Entonces, la tasa de crecimiento de los salarios (w) se podrá enunciar de la siguiente manera:

$$w = \frac{dW}{W} = k \left(\frac{N_D - N_S}{N_S} \right)$$

[12]

Donde: k = impacto proporcional del exceso de demanda del mercado del trabajo con la tasa de diferencia infinitesimal de los salarios (Figura 2).

Figura 2: Función de ajuste de salarios



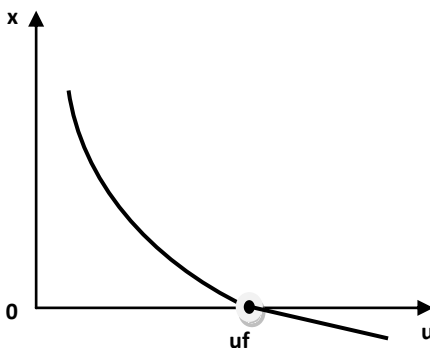
Fuente: Frisch (*op. cit.*).

La función de ajuste de salarios es de difícil interpretación ya que está basada en magnitudes “planeadas”, que escapan de la observación estadística directa. Para aproximarlo a la realidad, es necesario introducir la relación $X - U$ como auxiliar.

Lipsey estableció una correlación negativa entre el exceso de demanda del trabajo (x) y la tasa de desempleo (u). Argumentando que la ausencia de exceso de demanda requiere sólo que el número de desempleados sea igual al número de vacantes, la relación $X - U$ corta la abscisa en u_f , el nivel de desempleo friccional que es consistente con un exceso de demanda nulo. Dado el nivel de u_f , estableció que un incremento en el exceso de demanda podría disminuir u y que un

incremento en el exceso de oferta podría incrementar la tasa de desempleo.

Figura 3-A: Relación entre desempleo y exceso de demanda del mercado de trabajo



Fuente: Frisch (*op. cit.*).

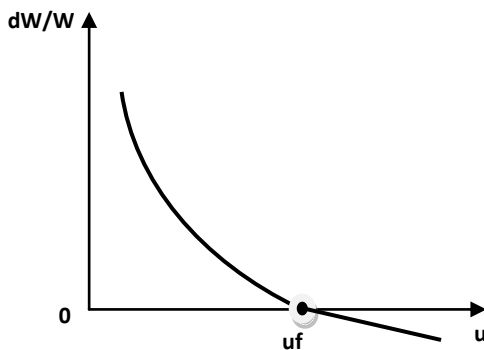
La relación de exceso de oferta -a la derecha del nivel marcado por **u_f**- se asume lineal. Por su parte, el exceso de demanda se supone curvilínea, debido a que la tasa de desempleo “no podría” ser nula, ni incluso en altísimas tasas de exceso de demanda.

Dada la relación directa entre dW/W y $[(N_D - N_S)/N_S]$ en la función de ajuste de salarios, y sustituyendo dW/W para el exceso de demanda en el eje vertical de la Figura 3-A, se deduce la CdP para un mercado de trabajo individual, representada por la **Figura 3-B**.

La CdP para el total del mercado laboral proviene de la sumatoria de las funciones individuales. La distribución del desempleo y las vacantes de los mercados individuales determina la posición de la Curva agregada.

De acuerdo con el modelo Phillips-Lipsey, la inflación de los salarios es explicada por el exceso de demanda del mercado de trabajo.

Figura 3-B: CdP para un mercado de trabajo individual



Fuente: Frisch (*op. cit.*).

IV.3) La versión de Samuelson-Solow

El trabajo de Paul Samuelson (economista estadounidense, 1915-2009. Premio Nobel de Economía 1970) y de Robert Solow (economista estadounidense, nacido en el año 1924. Premio Nobel de Economía 1987), popularizó, en el año 1960, el concepto de la CdP. Su éxito provino de dos fuentes:

⇒ La CdP fue modificada de forma tal que representó la relación entre la tasa de inflación y la tasa de desempleo, a diferencia de la primitiva curva que relacionaba tasas de crecimiento de salarios monetarios y tasas de desempleo.

⇒ La CdP fue recomendada a los funcionarios como un instrumento que para formular programas económicos con combinaciones alternativas entre desempleo e inflación. Como expresaron ambos autores, en el año 1974, los responsables de diseñar políticas públicas tienen un “*menú de posibilidades entre distintos grados de desempleo y estabilidad de precios*”.

XV Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática
Universitaria

La formulación de la CdP como una relación entre inflación y desempleo dominó el debate y la mayoría de las investigaciones económicas de la década del '70 y también en años posteriores. La diferencia con los modelos anteriores reside en la inclusión del concepto de *mark-up*. Las empresas determinan los precios de sus productos en base a un margen de ganancia calculado considerando los costos laborales unitarios. A dicho margen de ganancia, se lo llama z . Este concepto incluye tanto los márgenes de ganancia propiamente dichos como a la previsión de la depreciación del capital:

$$P_t = (1+z) \frac{W_t N_t}{R_t}$$

[13]

Donde: P_t = precio del producto o nivel de precios en el período t , W_t = salarios nominales en el período t , N_t = número de empleados en el período t , R_t = nivel de producción real en el período t y z = margen de ganancia empresarial constante.

La expresión $(W_t N_t / R_t)$ determina los costos laborales unitarios. También puede ser expresada como el cociente W_t / A_t , siendo $A_t = R_t / N_t$, la productividad del trabajo. Sustituyendo esta relación en la ecuación anterior:

$$P_t = (1+z) \frac{W_t}{A_t}$$

[14]

Aplicando logaritmos naturales a ambos lados:

$$\ln P_t = \ln (1+z) + \ln W_t - \ln A_t$$

[15]

XV Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática
Universitaria

A partir de este momento, al considerar z constante, se suprimirá el término $\ln(1+z)$. Diferenciando miembro a miembro:

$$\frac{dP}{P} = \frac{dW}{W} - \frac{dA}{A}$$

[16]

Es aquí donde se resalta la importancia de las ED para quitar el subíndice “t” -tiempo- de las variables, lo que permite analizar la trayectoria temporal del fenómeno económico. De esta forma, se considera a los precios, a los salarios y a la productividad del trabajo como variables y, al ser z una constante, es posible extraerla de la situación final. Al resolver la ED, se vuelve a la ecuación [15] ya que:

$$\frac{dP}{P} = \ln P_t; \quad \frac{dW}{W} = \ln W; \quad \frac{-dA}{A} = -\ln A$$

[17]

La ED presentada es útil también ya que permite asignarle nombres conocidos a los conceptos diferenciados.

$$\pi = w - \lambda$$

[18]

Donde: π = inflación, w = tasa de cambio en los salarios nominales y λ = tasa de crecimiento en la productividad del trabajo.

Ahora, se asume que la CdP tiene la siguiente forma:

$$w = \pi^* + b u^{-1} + \beta \lambda$$

[19]

La tasa de incremento de los salarios nominales depende de la tasa esperada de inflación π^* -expectativas-, del grado de presión de la demanda medido por u^{-1} y de la tasa de crecimiento en la productividad del trabajo λ .

De estas dos últimas ecuaciones, se deduce la CdP modificada por Samuelson y Solow:

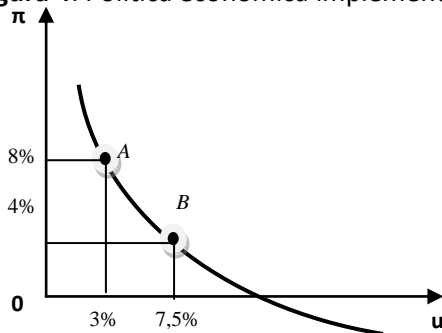
$$\pi = w - \lambda = \pi^* + b u^{-1} + \beta \lambda - \lambda = \pi^* + b u^{-1} - (1 - \beta) \lambda$$

[20]

En la fórmula anterior, la inflación es determinada por la presión de la demanda en el mercado laboral bu^{-1} , la tasa de inflación esperada π^* y el término $(1 - \beta)\lambda$. Este último término denota la porción del crecimiento de la producción laboral que no es transferida a los trabajadores en la forma de incrementos salariales nominales. Mientras este componente es mayor, más baja es la tasa de inflación. Correspondientemente, la CdP se desplaza para abajo, hacia el origen.

La segunda visión de Samuelson y Solow fue la de considerar a la CdP como una relación técnica y, por lo tanto, un instrumento válido para su uso como política económica. Cada punto a lo largo de la misma puede ser interpretado como un posible punto de programa económico. Entre los puntos A y B en la CdP de la Figura 4, existe un *trade-off* entre inflación y desempleo; en algún sentido, los gobiernos pueden “comprar” menor inflación con mayor desempleo o menor desempleo con mayor inflación.

Figura 4: Política económica implementada en la CdP



Fuente: Frisch (*op. cit.*).

Por ejemplo, se supone que por un largo período los precios se han incrementado en una tasa del 4% anual y que el desempleo se mantuvo en 7,5%. El gobierno considera que la tasa de desempleo es demasiado alta, por lo que intenta reducirlo a través de una política de demanda expansiva, que generará tensiones en los precios. Se puede mover a través de los puntos A y B, explorando las distintas tasas de inflación y desempleo combinadas. El resultado podrá ser, el punto A, en el que la inflación se ha elevado a 8% anual pero el desempleo se ha reducido al 3%.

Consideraciones finales

Resulta esencial entender la relación que existe entre el aumento del nivel de precios de una economía y la cantidad de personas desempleadas, en un específico contexto temporal y espacial. En este sentido, la CdP se constituye en una de las herramientas más útiles para los encargados de diseñar la política económica a seguir.

No sólo sirve para plantear y diagnosticar la situación de una economía sino también para proyectar los resultados de ciertas políticas económicas que incluyan instrumentos que puedan llegar a ser inflacionarios o influenciar sobre el mercado de trabajo.

A pesar de que no siempre se ha comprobado la eficacia de la CdP -como en ciertos países o en ciertos períodos-, sus implicancias teóricas y prácticas son aplicables en la gran mayoría de los casos. En base a esto, los gestores de política económica deben estar alertados de que el mercado laboral genera, indefectiblemente, tensiones en los precios y, por ende, resulta necesario evaluar medidas y tomar decisiones que perjudiquen lo menos posible a los ingresos reales de las personas.

Fuentes consultadas

- Blanchard, O. (2008). *Macroeconomía*. Madrid-España: Prentice Hall.
- Bronfenbrenner, M., & Holzman, F. (1963). Survey of Inflation Theory. *American Economic Review* 4: 593-661.
- Chiang, A. (1983). *Métodos fundamentales de economía matemática*. Buenos Aires-Argentina: McGraw-Hill.
- Friedman, M. (1968). The Role of Monetary Policy. *American Economic Review*, 1-17.
- Frisch, H. (1983). *Theories of Inflation*. Cambridge-United Kingdom: Cambridge University Press.
- Grafe, J. (1991). *Matemáticas para Economistas*. Madrid-España: McGraw-Hill Interamericana de España.
- Haeussler Jr., E. F.; Paul, R. S. & Wood, R. J. (2008). *Matemáticas para Administración y Economía*. México D. F.-México: Pearson Prentice.
- Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC) (abril 2011). *Encuesta Permanente de Hogares: Conceptos de Condición de Actividad, Subocupación Horaria y Categoría Ocupacional*: 1-5.
Recuperado de:
http://www.indec.gov.ar/ftp/cuadros/menusuperior/eph/EPH_Conceptos.pdf
- Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC) (septiembre 2014). *Metodología IPCNu*: 13-25.
Recuperado de:
http://www.indec.gov.ar/ftp/cuadros/economia/metodologia_ipcnu.pdf
- Kicillof, A. (2006). *Fundamentos de la Teoría General*. Buenos Aires-Argentina: Eudeba.
- Mochón, F. & Becker, V. (2004). *Elementos de la Micro y Macroeconomía*. Buenos Aires-Argentina: Mc.Graw-Hill.
- Muth, J. F. (1961). Rational Expectations and the Theory of Price Movements. *Econometrica*, 315-335.

XV Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática
Universitaria

Samuelson, P. & Solow, R. (1960). Analytical Aspects of Anti-Inflation Policy. *American Economic Review*, 177-184.

Solow, R. (1969). *Growth Theory: An exposition*. Massachusetts-USA: Massachusetts Institute of Technology.