MATEMÁTICA Y DERECHOS HUMANOS, UNA PERSPECTIVA COMPLEJA

LUPÍN, Beatriz[1]
beatrizlupin@gmail.com

Universidad Nacional de Mar del Plata

Palabras Clave: Paradigma de la Complejidad – modelos matemáticos compartimentales – ecuaciones diferenciales ordinarias – práctica docente – violencia doméstica

RESUMEN EXTENDIDO

Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo
Benjamín Franklin

A fin de alcanzar una educación tendiente a avanzar en la comprensión de la condición humana y a situarla con relación a los problemas centrales que han sido ignorados por la ciencia clásica mediante enfoques reduccionistas, unilaterales y limitados, incapaces de reconocer la complejidad de lo real, Edgar Morin, uno de los máximos referentes del Paradigma de la Complejidad, postula siete saberes necesarios [2]. En esta ocasión, el interés se centra en el saber relativo a la "ética del género humano", vale decir, el que otorga sentido a los derechos humanos y los afirma en su esencia. Asimismo, se toma la premisa compleja de que existen diversos niveles de realidad y de que todo fenómeno real constituye un sistema dado que se encuentra relacionado con su contexto. Por ende, es relevante que la educación se reconstruya, con un enfoque sistémico, inter y transdisciplinar y crítico, hacia la creación de un pensamiento dinámico y abierto al reto que implica el bien común, la propuesta de soluciones efectivas a problemas reales. Lo anterior, implica articular con el mundo actual, globalizado, altamente cambiante y complejo. En definitiva, se trata de transformar la forma de pensar la sociedad y eso se logra transformando la educación. (Andonegui, 2005; Estrada García, 2020; Guyot, 2011; Lupín & Agustinelli, 2013; Olivero Castro, 2019)

Conforme al marco precedente, el objetivo de esta propuesta es compartir una intervención pedagógica desarrollada en la Asignatura "Matemática para Economistas II", que se dicta a los estudiantes de tercer año de la Carrera Licenciatura en Economía, en la FCEyS-UNMDP. El eje de esta intervención consiste en la revisión crítica de una aplicación empírica de un modelo matemático compartimental a la problemática de prevalencia de violencia doméstica. A tal fin, se toma el trabajo de Otoo *et al.* (2014) para ser analizado por los estudiantes con la guía de los docentes.

En el trabajo de Otoo *et al.* (*op. cit.*), se emplean datos relevados por la Unidad de Apoyo a las Víctimas de Violencia Doméstica, en Tamale-Ghana. Se trata de datos sobre mujeres y niños, víctimas de violencia doméstica, durante el período 1999-2011. Una breve caracterización de los residentes de Tamale indica que la mayoría es mujer, de religión islámica, practicante de la poligamia y con bajo nivel educativo. La actividad económica se basa, fundamentalmente, en la agricultura, estando una elevada proporción de la población en situación de pobreza.

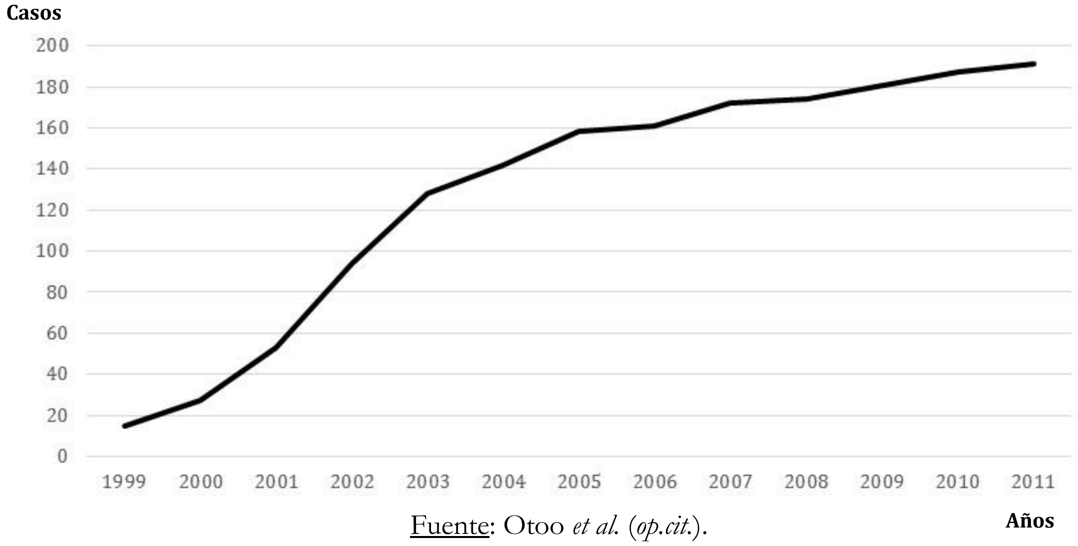
La violencia doméstica es un patrón de comportamiento dentro de un hogar que implica el abuso físico o psíquico de uno de los integrantes del mismo hacia otro u otros integrantes. Significa claramente una violación a los derechos humanos que perjudica física, psicológica y económicamente a las víctimas.

[1] Licenciada en Economía. Especialista en Docencia Universitaria. Profesora Adjunta, Responsable de la Asignatura "Matemática para Economistas II" e Integrante del Centro de Investigaciones Económicas y Sociales, FCEyS-UNMDP. Profesora e Investigadora, Departamento de Ingeniería Pesquera, UTN-FRMDP.
[2]Para ampliar al respecto, se sugiere la lectura de Morin (2001).

Además, del perjuicio personal y familiar que provoca, también, tiene consecuencias adversas para la economía de un país, por ejemplo, disminuyendo la productividad en el mercado laboral. Diversos autores, han detectado que bajos niveles educativos y socioeconómicos son factores que propician este tipo de violencia. (Mohammed & Musa, 2019)

Para el comienzo del análisis matemático, en esta revisión, se considera conveniente explorar los datos mediante un gráfico entre los casos de víctimas reportados vs los años. El mismo induce a pensar en un comportamiento logístico[3]. (Figura 1)

Figura 1: Violencia doméstica
–Casos de violencia doméstica reportados en Tamale-Ghana; período 1999-2011–



Fuente: Otoo *et al.* (*op.cit.*).

Los autores Otoo *et al.* (*op. cit.*) realizan el análisis matemático en base a una adaptación del modelo compartimental epidemiológico básico SIR (Susceptibles-Infectados-Recuperados), debido a Kermack & McKendrick (1927)[4]. Por lo tanto, la población total (N) puede ser segmentada en dos grupos: individuos susceptibles de ser víctimas (S(t)) e individuos víctimas (V(t)), en el tiempo t. Este tipo de modelo implica dos fases: 1) ajuste –determinación de las funciones matemáticas y parámetros apropiados a los datos disponibles– y 2) predicción –evolución de los casos en el futuro– (González López Varcacel *et al.*, 2020).

A continuación, se desarrolla la dinámica del modelo en cuestión, adicionando al texto original, tratamientos analíticos expuestos en Bianco *et al.* (2020). Previamente, se deben realizar dos consideraciones: 1) s(t) y v(t) son las variables que representan el número de individuos de cada grupo en función del tiempo, siendo la población total (N) igual a la suma de las mismas; 2) suponiendo que la población se mantiene constante y que no hay víctimas recuperadas, es posible determinar que la tasa de propagación de la violencia es proporcional al número de víctimas: $\beta\, v(t)/N$, con $\beta > 0$.

Consecuentemente, la problemática bajo estudio puede ser representada mediante el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias[5]:

$$\frac{ds}{dt} = -\beta\, s(t)\, \frac{v(t)}{N} \qquad [01]$$

[3]Dicho gráfico, es presentado por Otoo *et al.* (*op. cit.*) una vez avanzado el trabajo, no inicialmente.
[4]Previamente, los estudiantes analizaron este tipo de modelo aplicado a la Pandemia SARS-Cov-2 (Lupín, 2020).
[5]Para ampliar sobre estas ecuaciones, se sugiere la lectura de Chiang (1987).

$$\frac{dv}{dt} = \quad \beta\, s(t)\, \frac{v(t)}{N}$$

[02]

Las variables s(t) y v(t) normalizadas por “N” se transforman en:

$$S(t) = \frac{s(t)}{N}$$

[03]

$$V(t) = \frac{v(t)}{N}$$

[04]

Derivando miembro a miembro las expresiones anteriores, [01] y [02] pueden ser reescritas así:

$$S'(t) = \frac{dS}{dt} = \frac{1}{N}\frac{ds}{dt} = -\beta\, S(t)\, V(t)$$

[05]

$$V'(t) = \frac{dV}{dt} = \frac{1}{N}\frac{dv}{dt} = \quad \beta\, S(t)\, V(t)$$

[06]

La primera de las ecuaciones anteriores indica el comportamiento de los individuos susceptibles de ser víctimas. Presenta un signo negativo en el lado derecho del signo igual pues si un individuo comienza a sufrir violencia doméstica, deja el compartimento de los susceptibles y pasa al de las víctimas. En tanto, la segunda ecuación explica el comportamiento de las víctimas.

Como: $N = S(t) + V(t) \Rightarrow S(t) = N - V(t)$, la ecuación [06] adopta la siguiente forma:

$$\frac{dV}{dt} = \beta\, V(t)\, [N - V(t)]$$

[07]

$$V(t)' = \beta\, V(t) \left[1 - \frac{V(t)}{N}\right]$$

[08]

Esta última expresión es una ecuación diferencial ordinaria no lineal que representa el Modelo de Crecimiento Logístico. Mediante la misma, es posible concluir que, si la población inicial es nula, V(t) no crece. Por su parte, si la población se encuentra en el rango $0 < V(t) < N$, $dV/dt > 0$ y V(t) se incrementa. Cuando $V(t) = N$, la población se mantiene en dicho nivel, presentándose una situación estable. Finalmente, si $V(t) > N$, $dV/dt < 0$ y V(t) disminuye. Si la población de víctimas es superior a 0, eventualmente, llegará a la capacidad de carga N.

Aplicando el Método de Separación de Variables a [07] e integrando miembro a miembro, se arriba a una expresión que se asemeja a la Función Logística de Verhulst-Pearl[6], siendo “C” la constante de integración, que puede ser valorada mediante condiciones iniciales o de límite:

$$\frac{1}{V(t)\,[N - V(t)]}\frac{dV}{dt} = \beta$$

[6] La función proviene de la Demografía y debe su nombre al matemático belga Pierre-François Verhulst (1804-1849) quien la propuso como una posible solución al problema malthusiano y al biólogo estadounidense Raymond Pearl (1879-1940) quien la redescubrió y la aplicó en diversos trabajos (Lupín *et al.*, 2014).

$$\frac{1}{V(t)\,[N - V(t)]}\,dV = \beta\,dt$$

$$\int \frac{1}{V(t)\,[N - V(t)]}\,dV = \int \beta\,dt$$

$$\frac{V(t)}{[N - V(t)]} = C\,e^{\beta t}$$

[09]

De esta manera, es posible modelar el comportamiento de una determinada población –víctimas en este caso– que experimenta, inicialmente, un crecimiento exponencial, pero que, al incluir los efectos ambientales –por ejemplo, medidas gubernamentales tendientes a disminuir los casos de violencia–, transforme dicho crecimiento en uno logístico. (Haeussler *et al.*, 2008)

Con los datos relevados –expuestos en la Figura 1–, es posible predecir V(t). Para ello, primero, se estima una regresión lineal simple mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)[7] entre el número de víctimas y el cociente de población (α). A tal fin, se plantea la diferencia:

$$V(t+1) - V(t) = \beta\,V(t)\,[N - V(t)]$$

$$\frac{\Delta V(t)}{V(t)} = V(t)' = \beta\,V(t)\left[1 - \frac{V(t)}{N}\right] \Rightarrow \alpha = \beta\left[1 - \frac{V(t)}{N}\right]$$

[10]

En base a (10), se calcula "α" con los datos de V(t) durante dos años consecutivos. Aplicando MCO entre ambas variables, se obtiene la siguiente línea de regresión: y = 0,972982 – 0,0056045 x. Luego, se calcula "y" reemplazando "x", por ejemplo, con los dos primeros valores reportados de "V(t)" (15 y 17): 0,8889145 y 0,821661. De esta manera, se procede a calcular "N":

$$0{,}888915 = \beta\left[1 - \frac{15}{N}\right]$$

[11]

$$0{,}821661 = \beta\left[1 - \frac{27}{N}\right]$$

[12]

Se dividen [11] y [12]:

$$\frac{0{,}888915 = \beta\left[1 - \frac{15}{N}\right]}{0{,}821661 = \beta\left[1 - \frac{27}{N}\right]} \Rightarrow N \approx 174$$

[13]

El valor de "β" se puede obtener de [11] o de [12]: 0,972774 y reemplazando en [10]:

$$V(t)' = 0{,}9272775\,V(t)\left[1 - \frac{V(t)}{174}\right] \Rightarrow 0{,}9272775\,V(t) - 0{,}005591V(t)^2$$

[7] Las nociones básicas de regresión lineal se estudian en la Asignatura "Estadística Metodológica" de segundo año, en la FCEyS-UNMDP.

[14]

Del análisis realizado, se deduce que el límite de víctimas, en este modelo, asciende a 174.

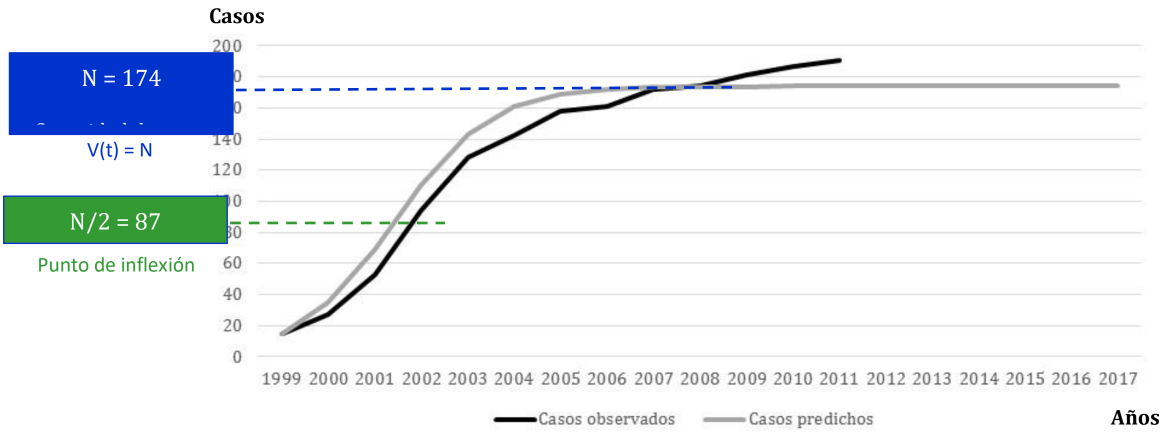
Aplicando el Método de Separación de Variables a [10], integrando miembro a miembro y valorando "C" mediante la condición inicial o de límite en t = 1999 (V(1999) = 15), se arriba a la siguiente expresión:

$$V(t) = \frac{173{,}9905}{1 + 10{,}5708\ e^{-0{,}972775\ t}}$$

[15]

Conforme a [15], si $t \to \infty \Rightarrow V(t) \to 174$, revelando que hay un límite en el crecimiento de casos de violencia. En base a dicha expresión, es posible predecir los casos de violencia para cada año, lo que se encuentra representado en la Figura 2.

Figura 2: Violencia doméstica
–Casos de violencia doméstica reportados y predichos–



Fuente: Otoo *et al.* (*op.cit.*).

Concibiendo a la Matemática y a la educación matemática con una visión compleja, que transciende lo meramente numérico (Olivero Castro, *op.cit.*), se ha presentado una posible revisión del trabajo sobre violencia doméstica realizado por Otoo *et al.* (*op.cit.*), con el aporte de bibliografía especializada adicional, considerando las cuestiones matemáticas relevantes, pero, también, las consecuencias socioeconómicas de la problemática planteada.

El trabajo en cuestión desarrolla una versión simple del modelo SIR, el que podría ser fortalecido incorporando, por ejemplo, un tercer compartimento que incluya a las víctimas recuperadas. Con un grado mayor de complejidad, incluso, se podría analizar a los individuos violentos. Tal es así que la interacción entre víctimas y victimarios de violencia doméstica constituye el objeto de estudio de la investigación conducida por Mohammed & Musa (*op. cit.*), teniendo como uno de sus antecedentes, precisamente, el trabajo de Otoo *et al.* (*op.cit.*).

De todos modos, el énfasis de la actividad propuesta no está en la dificultad de resolución del problema matemático sino en la aplicación concreta a situaciones reales. Asimismo, se sigue la recomendación institucional de curricularizar la formación en derechos humanos de los egresados de la UNMDP (Ordenanza de Consejo Superior Nº 1.774/2016). En la actualidad, esta recomendación está siendo integrada al proyecto de reforma del plan de estudios de la Carrera Licenciatura en Economía de la FCEyS-UNMDP.

Cabe indicar que la potencialidad social de estos modelos radica en la posibilidad de brindar orientaciones para la gestión de políticas públicas. Si bien la formulación simple de Otoo *et al.* (*op. cit.*) solo permite determinar la tendencia cuantitativa de las víctimas, desarrollos más sofisticados, como el ya mencionado de Mohammed & Musa (*op. cit.*), concluyen acerca de la posibilidad de erradicación significativa de la violencia doméstica.

Finalmente, es de destacar que la dificultad de captación de datos confiables constituye una de las principales limitaciones de la problemática analizada. Esto se debe, fundamentalmente, al temor de las víctimas en reconocer y manifestar el flagelo al que son sometidas.

BIBLIOGRAFÍA

ANDONEGUI, M. (2005). Pensamiento complejo y educación matemática crítica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *18*, 245-251. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/pensamiento-complejo-y-educacion-matematica-critica/

BIANCO, M. J.; CRUZ, P. D.; FRAQUELLI, A. D. & GACHE, A. L. (2020). Modelo epidemiológico SIR: una aplicación de las ecuaciones diferenciales al SARS-COV2 (Covid 19). *Revista de Investigación en Modelos Matemáticos Aplicados a la Gestión y la Economía*, *7*(I), 16-38. https://www.economicas.uba.ar/wp-content/uploads/2016/04/Gache-Andrea-.pdf

CHIANG, A. C. (1987). *Métodos fundamentales de Economía Matemática*. México: Mc Graw-Hill.

ESTRADA GARCÍA, A. (2020, outubro-dezembro). Los principios de la complejidad y su aporte al proceso de enseñanza. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, *28*(109), 1.012-1.032. https://doi.org/10.1590/S0104-40362020002801893

GONZÁLEZ LÓPEZ VARCACEL, B.; TOMAINO, L.; SERRA MAJEM, Ll.; BARBER, P. & RODRÍGUEZ MIRLES, S. (24/04/2020). Covid-19: pandemia de modelos matemáticos. The conversation. https://theconversation.com/covid-19-pandemia-de-modelos-matematicos-136212

GUYOT, V. (2011). *Las prácticas del conocimiento. Un abordaje epistemológico*. Buenos Aires-Argentina: Lugar S. A.

HAEUSSLER, E. F.; PAUL, R. S. & WOOD, R. J. (2008). *Matemáticas para Administración y Economía*. México: Pearson Educación.

KERMACK, W. O. & MCKENDRICK, A. G. (1927. August). Contributions to the Mathematical Theory of Epidemics. *Proceedings of the Royal Society*, *A*(115), 700-721.

LUPÍN, B. [FCEyS-UNMDP]. (16/07/2020). *Matemática y Pandemia* [Archivo de Video]. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=s7a7wbNf6Bo&feature=youtu.be/

LUPÍN, B. & AGUSTINELLI, S. (2013, septiembre 12-14). *La práctica docente desde una perspectiva compleja. Teoría económica de los mercados: desde la competencia perfecta a los bienes públicos*. [Ponencia]. VII Jornadas Nacionales sobre la Formación del Profesorado: Narratriva(s), Prácticas e Investigación(es); FH-UNMDP; Mar del Plata-Argentina. http://nulan.mdp.edu.ar/1952/1/01517.pdf/

LUPÍN, B.; KEOGAN, L. & MUÑOZ, A. (2014, 26-27 junio). *Gestión de los recursos pesqueros. El Modelo Bioeconómico de Gordon-Schaefer*. [Ponencia]. XIV Jornadas Nacionales de Tecnología aplicada a la Educación Matemática Universitaria, FCE-UBA, CABA-Argentina. http://nulan.mdp.edu.ar/2012/

MOHAMMED, I. A. & MUSa, S. (2019, August). Mathematical model on the dynamics of domestic violence. *Abacus (Mathematics Science Series)*, *44*(1), 427-447. https://www.man-nigeria.org.ng/issues/ABA-SCI-2019-45.pdf

MORIN, E. (2001). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. Buenos Aires-Argentina: Nueva Visión.

OLIVERO CASTRO, W. (2019, mayo-agosto). La complejidad paradigmática en el aprendizaje significativo de las Matemáticas. *Educare*, *23*(2), 77-91. https://doi.org/10.46498/reduipb.v23i2.5/

OTOO, D.; SEBIL, C. & AMPONSAH, S. K. (2014). Mathematical modelling of domestic violence and its trends, case study Tamala Metropolis, Ghana. *Journal of Asian Scientific Research*, *4*(8), 436-447. https://archive.aessweb.com/index.php/5003/article/view/3659